საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი

მ. წერეთელი

სამთო მანქანების დინამიკური რეჟიმების ოპტიმიზაცია

დამტკიცებულია სტუ-ს
სარედაქციო-საგამომცემლო
საბჭოს მიერ

თბილისი

2008

ნაშრომში განხილულია დრეკად ელემენტებიანი სამთო მანქანების მათემატიკური მოდელის შედგენა და დინამიკური რეჟიმების კვლევა. მათემატიკური მოდელების საშუალებით სამთო მანქანებისათვის, კერძოდ საშახტო ჯალამბრისათვის, ამწევი მანქანისათვის, კიდული ბაგირგზისა და საშახტო ლენტური დანადგარისათვის, მიღებულია მოძრაობის ამსახველი დიფერენციალური განტოლებათა სისტემები. ზოგიერთი მანქანისათვის, გარდა ამუშავების რეჟიმების კვლევისა, განხილულია ყველაზე ხშირად მოსალოდნელი ავარიული შემთხვევებიც. განხილულია აგრეთვე გამოკვლეული დინამიკური რეჟიმების ოპტიმიზაციის საკითი. ნაჩვენებია, რომ დინამიკური რეჟიმის ოპტიმიზაცია შესაძლებელია განხორციელდეს ან დამატებით ჩართული მექანიკური ელემენტების საშუალებით, ან თვით ძრავას მართვის საშუალებით.

ნაშრომი განკუთვნილია სამთო ელექტრომექანიკის მიმართულების მაგისტრანტებისა და დოქტორანტებისათვის და აგრეთვე იმ პირთათვის, ვინც დაინტერესებულია განხილული საკითხებით.

რეცენზენტები: პროფესორი, ვ. ზვიადაური;
პროფესორი, ბ. გელეიშვილი;

ISBN 978-9941-14-066-2

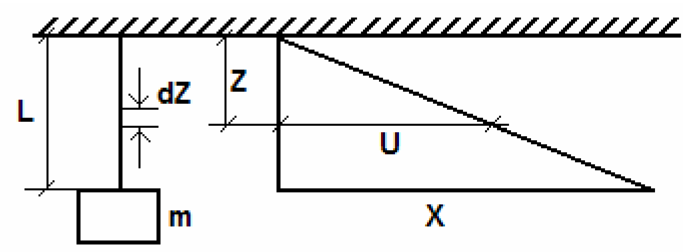
1. ზოგადი ცნებები

რელეის მეთოდი

როგორც ცნობილია, რთული ელექტრომექანიკური სისტემების მოძრაობის განტოლებების შედგენა და გამოკვლევა დიდ სიძნელეებთანაა დაკავშირებული. ამისათვის, როგორც წესი, მიმართავენ საანგარიშო სქემების გამარტივებას. კერძოდ, გამოყოფენ ყველაზე დიდ მასას ტრანსმისიაში და შემდეგ მასზე დაჰყავთ დანარჩენი ელემენტების მასები, მათ შორის ისეთი ელემენტებისაც, რომელთაც განაწილებული მასები გააჩნიათ.

ექვივალენტურ ლილვზე, მასების დაყვანისას, დიდი დახმარება შეიძლება გასწიოს მეთოდმა, რომელიც რ ე ლ ე ი ს სახელს ატარებს. ამ მეთოდის არსი იმაში მდგომარეობს, რომ დეფორმაციის ხასიათი როგორც სტატიკური, ისე დინამიკური ზემოქმედების დროს მიღებულია დაახლოებით ერთნაირად. ასევე ცნობილია, რომ რელეის მეთოდის გამოყენებისას სხვა, უფრო სრულყოფილ მეთოდებთან შედარებით, გაანგარიშების სიზუსტე მცირდება, მაგრამ განსხვავება 10%-ს არ აღემატება. ისეთ მექანიზმებში, სადაც დინამიკური ზემოქმედების დროს ბაგირის სიგრძე უმნიშვნელოდ იცვლება, ამ მეთოდის გამოყენება, თავისი სიმარტივის გამო, დიდ პრაქტიკულ მნიშვნელობას იძენს.

ვაჩვენოთ ამ მეთოდის გამოყენების მაგალითი. განვიხილოთ უძრავბოლოიან დრეკად ბაგირზე ჩამოკიდებული m მასა; ბაგირის გრძივი მეტრის წონა იყოს m_{0k}, ხოლო სიგრძე L (ნახ. 1.1).



ნახ. 1.1

თეორიული მექანიკიდან ცნობილია, რომ ასეთი სისტემის მოძრაობის გამოკვლევა დაკავშირებულია კერძოწარმოებულიან დიფერენციალურ განტოლების ამოხსნასთან და მეტად რთულ და შრომატევად სამუშაოს წარმოადგენს. ბაგირის მასის უგულებელყოფა ამარტივებს ამოცანის გადაწყვეტის პრობლემას, მაგრამ ასეთი დაშვება მეტად არაზუსტ შედეგებამდე მიგვიყვანდა განსაკუთრებით ისეთ შემთხვევაში, როცა ბაგირის მასა მასზე ჩამოკიდებული ტვირთის მასის თანაზომადია.

ვთქვათ, u ბაგირის კვეთის გადაადგილებაა ბაგირის ჩამაგრების ადგილიდან z მანძილზე დეფორმაციის დროს. მაშინ, ბაგირის dz სიგრძის მონაკვეთის კინეტიკური ენერგია ტოლი იქნება

$$dT_k = \frac{1}{2}\dot{u}^2 dm_{zk} = \frac{1}{2}\dot{u}^2 m_{0k} dz , \qquad 1.1$$

სადაც, dm_{zk} ბაგირის dz მონაკვეთის მასაა, ხოლო m_{0k} ბაგირის ერთი მეტრის მასა.

ბაგირის სრული კინეტიკური ენერგია იქნება

$$T_k = \frac{1}{2} m_{0k} \int_0^L \dot{u}^2 dz \,. \qquad 1.2$$

ბოლოკიდულ ტვირთზე დამატებული ბაგირის მასის კინეტიკური ენერგია ასევე ამ სიდიდის ტოლი უნდა იყოს

$$T_k = \frac{1}{2} m_{0k} \int_0^L \dot{u}^2 dz = \frac{1}{2} m_0 \dot{x}^2 \,, \qquad 1.3$$

სადაც, x ტვირთთან ბაგირის ჩამაგრების ადგილის გადაადგილება, ხოლო m_0 - ბოლოკიდულ ტვირთზე დამატებული ბაგირის მასა. ამ ბოლო გამოსახულებიდან

$$m_0 = \frac{m_{0k}}{\dot{x}^2} \int_0^L \dot{u}^2 dz \,. \qquad 1.4$$

თუკი ცნობილია u -ს ცვლილების კანონი, ამ ინტეგრალის გამოთვლა სირთულეს არ წარმოადგენს.

რელეის მეთოდის გათვალისწინებით, u -ს ცვლილება შეესაბამება დეფორმაციის ხასიათს სტატიკური დატვირთვის დროს.

განხილულ შემთხვევაში, ბაგირის სტატიკური დეფორმაცია იცვლება წრფივი კანონით და შეიძლება დაიწეროს

$$u = \frac{z}{L} x \quad \text{და} \quad \dot{u} = \frac{z}{L} \dot{x} \,. \qquad 1.5$$

თუ ამ უკანასკნელს ჩავსვამთ m_0 -ის ფორმულაში, მიიღება

$$m_0 = \frac{m_{0k}}{\dot{x}^2} \int_0^L \dot{u}^2 dz = \frac{m_{0k}}{\dot{x}^2} \int_0^L \frac{z^2}{L^2} \dot{x}^2 dz = \frac{m_{0k} L}{3} = \frac{m_k}{3} \,, \qquad 1.6$$

სადაც $\mathbf{m_k}$ - ბაგირის მთლიანი მასაა.

ამრიგად, სისტემის რხევისას, ბაგირის მასის კინეტიკური ენერგიის გასათვალისწინებლად, საკმარისია ბოლოკიდულ ტვირთის მასას დაემატოს ბაგირის მასის მესამედი.

მოძრაობის დიფერენციალური განტოლებების შედგენა ლაგრანჟეს მეთოდით

ლ ა გ რ ა ნ ჟ ე ს მეთოდი დაფუძნებულია განზოგადებული კოორდინატისა და ძალის ცნებაზე.

განზოგადებული კოორდინატის ცნებაში იგულისხმება ერთმანეთისაგან დამოუკიდებელი ცალსახა $\mathbf{x_i(t)}$ დროის ფუნქციები, რომელთა საშუალებითაც მთლიანად განისაზღვრება სისტემის მოძრაობა. განზოგადებული კოორდინატების პირველი რიგის წარმოებულს უწოდებენ განზოგადებულ სიჩქარეს და აღნიშნავენ $\mathbf{\dot{x}_i(t)}$ სიმბოლოთი.

განზოგადებულ კოორდინატებს მიეკუთვნება ნებისმიერი დამოუკიდებელი პარამეტრი: წერტილებს შორის მანძილი, მობრუნების კუთხე, მობრუნების კუთხეებს შორის სხვაობა და სხვ.

ლაგრანჟეს განტოლებას $\mathbf{x}$ განზოგადებული კოორდინატისათვის შემდეგი სახე აქვს:

$$\frac{\mathbf{d}}{\mathbf{dt}}\frac{\partial \mathbf{T}}{\partial \mathbf{\dot{x}}}-\frac{\partial \mathbf{T}}{\partial \mathbf{x}}=\mathbf{Q_x}\,. \qquad 1.7$$

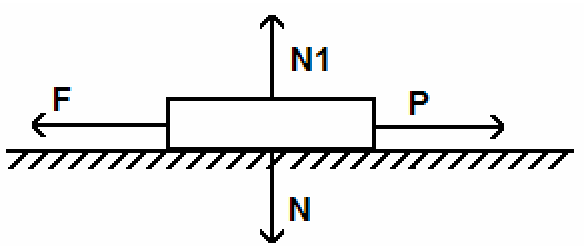
აქ ცვლად სიდიდეს x კოორდინატი წარმოადგენს. მისი წა-რმოებული დროით (განზოგადებული სიჩქარე) აღნიშნულია $\dot{x}$-ით, სისტემის კინეტიკური ენერგია T-თი და ბოლოს, Q_x-ით აღნიშნულია განზოგადებული ძალა. Q_x განისაზღვრება როგორც ყველანაირი ძალის (როგორც შიგა, ისე გარე) მიერ შესრულებუ-ლი უსასრულოდ მცირე dA მუშაობის ფარდობა x კოორდინატ-ის უსასრულოდ მცირე dx გადაადგილებაზე, ანუ

$$Q_x = \frac{dA}{dx}. \qquad 1.8$$

როგორც წესი, მოძრავი სხეულის კინეტიკური ენერგიის გამოთვლა არ არის ძნელი, რადგან იგი ადვილად განსაზღვრება განზოგადებული $\dot{x}$ კოორდინატით.

ცოტა უფრო რთულადაა საქმე განზოგადებული Q_x-ის ძალის გამოთვლისას. საერთოდ, მისი გაანგარიშებისათვის საჭი-როა განისაზღვროს ყველა ძალის მიერ შესრულებული მუშაობა უსასრულოდ მცირე მონაკვეთზე.

განვიხილოთ მარტივი მაგალითი (ნახ. 1.2).



ნახ. 1.2

ვთქვათ N წონის ტვირთი P ძალის გავლენით მოძრაობს f ხახუნის კოეფიციენტიან ზედაპირზე. სხეულზე მოქმედებს შემდეგი ძალები: საკუთარი N წონა; $N1$ რეაქციის ძალა, რომელიც N ძალას აწონასწორებს; P გარეშე ძალა და $F=Nf$ ხახუნის ძალა. განზოგადებულ კოორდინატად მივიღოთ სხეულის გადაადგილება ზედაპირზე P ძალის მოქმედების მიმართულებით და იგი ავღნიშნოთ x -ით. მაშინ, dx მანძილზე შესრულებული dA მუშაობა გამოითვლება

$$dA=(P-F)dx\,. \tag{1.9}$$

რასაკვირველია, განზოგადებული ძალა იქნება

$$Q_x=P-F\,. \tag{1.10}$$

თუკი P ძალა იქნება იქნება ნულის ტოლი (მაშინ, როდესაც სხეული მოძრაობს ინერციით)

$$Q_x=-F\,. \tag{1.11}$$

აღსანიშნავია, რომ თუ განზოგადებული ძალა იწვევს განზოგადებული კოორდინატის გაზრდას (ამ შემთხვევაში X კოორდინატისას), მაშინ იგი აიღება დადებითი ნიშნით, წინააღმდეგ შემთხვევაში - უარყოფითით.

ბრუნვითი მოძრაობის დროს განზოგადებული ძალა იგივე მეთოდით განისაზღვრება.

განზოგადებული ძალების გამოთვლა მნიშვნელოვნად მარტივდება, თუკი სიტემაზე მოქმედებს მხოლოდ კონსერვატიული

ძალები. მათი მუშაობა განისაზღვრება მხოლოდ განვლი მანძილის საბოლოო წერტილების კოორდინატებით.

კონსერვატორული ძალების მაგალითებია სიმძიმისა და დრეკადობის ძალები. სისტემაზე მოქმედი კონსერვატიული ძალების განზოგადებულ ძალას წარმოადგენს სისტემის პოტენციალური ენერგიის კერძო წარმოებული შესაბამისი განზოგადებული კოორდინატით, აღებულს საწინააღმდეგო ნიშნით

$$\mathbf{Q}_i = -\frac{\partial \Pi}{\partial \mathbf{x}_i}. \qquad 1.12$$

ზემოთ განხილულ მაგალითში (ნახ. 1.2) სისტემას გააჩნია მხოლოდ ერთი თავისუფლების ხარისხი. ზოგად შემთხვევაში სისტემას შეიძლება ჰქონდეს ნებისმიერი რაოდენობის თავისუფლების ხარისხი და მისი მდგომარეობა განისაზღვრება ამავე რაოდენობის განზოგადოებული კოორდინატებით. ამისათვის, თითოეული კოორდინატისათვის უნდა შედგეს ცალკეული ლაგრანჟეს განტოლება და შემდეგ იგი ამოიხსნას ერთად, მთლიანობაში.

ამრიგად, როგორც ცნობილია, ლაგრანჟეს განტოლება საბოლოოდ შესაძლებელია ამგვარი სახით დაიწეროს:

$$\frac{\mathbf{d}}{\mathbf{dt}}\frac{\partial \mathbf{T}}{\partial \dot{\mathbf{x}}} - \frac{\partial \mathbf{T}}{\partial \mathbf{x}} = \mathbf{Q}_i + \mathbf{Q}'_x, \qquad 1.13$$

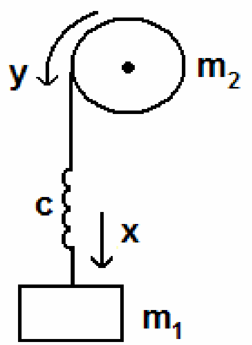
სადაც $\mathbf{Q}'_x$ - ით განისაზღვრება მხოლოდ არაკონსერვატიული ძალა, ხოლო კონსერვატიული ძალა შევა $\frac{\partial \Pi}{\partial \mathbf{x}_i}$ გამოსახულებაში.

განვიხილოთ ლაგრანჟეს მეთოდის გამოყენების მარტივი მაგალითი. ვთქვათ, m_2 მასის ბლოკზე დრეკადი, უწონო ძაფით ჩამოკიდებულია m_1 მასა (ნახ. 1.3). დავუშვათ, რომ ძაფის სიხისტის კოეფიციენტია c. სისტემას გააჩნია ორი თავისუფლების ხარისხი (x და y) და როგორც ავღნიშნეთ, მოძრაობის აღმწერი განტოლებების მისაღებად საჭიროა ლაგრანჟეს ორი განტოლების გამოყენება

$$\begin{cases} \dfrac{d}{dt}\dfrac{\partial T}{\partial \dot{x}} - \dfrac{\partial T}{\partial x} = Q_x + Q'_x, \\ \dfrac{d}{dt}\dfrac{\partial T}{\partial \dot{y}} - \dfrac{\partial T}{\partial y} = Q_y + Q'_y. \end{cases} \quad 1.14$$

სისტემის კინეტიკური ენერგია ასე დაიწერება

$$T = \frac{1}{2}m_1\dot{x}^2 + \frac{1}{2}m_2\dot{y}^2 \quad 1.15$$



ნახ. 1.3

სისტემაზე მოქმედებს მხოლოდ კონსერვატიული ძალები (სიმძიმის $m_1 g$ ძალა და ძაფის დრეკადობის ძალა $-c(x-y)$). ამის გათვალისწინებით $-Q'_x = Q'_y = 0.$

რადგან m_1 მასა ქვემოდ გადაადგილდება, მისი პოტენციალური ენერგია მცირდება. სისტემის მთლიანი პოტენციალური ენერგია

$$\Pi = -m_1 g x + \frac{1}{2} c(x - y + f_0)^2, \qquad 1.16$$

სადაც $f_0 = \dfrac{m_1 g}{c}$, ბაგირის საწყისი სტატიკური დაჭიმულობაა.

განვსაზღვროთ ყველა წევრი, რომელიც ლაგრანჟეს განტოლებაში შედის

$$\frac{d}{dt}\frac{\partial T}{\partial \dot{x}} = m_1 \frac{d^2x}{dt^2}; \quad \frac{d}{dt}\frac{\partial T}{\partial \dot{y}} = m_2 \frac{d^2y}{dt^2}; \quad \frac{\partial T}{dx} = 0; \quad \frac{\partial T}{dy} = 0;$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Pi}{\partial x} &= -m_1 g + c(x - y + f_0) = -m_1 g + c(x - y) + m_1 g \\ \frac{\partial \Pi}{\partial y} &= -c(x - y + f_0) = -c(x - y) - m_1 g \end{aligned} \qquad 1.17$$

ამრიგად, 1.14 განტოლებათა სისტემა მიიღებს სახეს

$$\begin{cases} m_1 \dfrac{d^2x}{dt^2} = -c(x - y), \\ m_2 \dfrac{d^2y}{dt^2} = m_1 g + c(x - y). \end{cases} \qquad 1.18$$

მივიღეთ განხილული სისტემის აღმწერი დიფერენციალურ განტოლებათა სისტემა, რომლის ამოხსნითაც სრული წარმოდგენა გვექნება მასების მოძრაობის ხასიათზე. ამოვხსნათ ეს განტოლება.

ნულოვანი საწყისი პირობებისათვის, 1.18 სისტემა, ოპერაციულ ფორმაში ჩაიწერება

$$\begin{cases} \left(m_1P^2+c\right)\bar{x}-c\bar{y}=0; \\ -c\bar{x}+\left(m_2P^2+c\right)\bar{y}=\dfrac{m_1g}{P}. \end{cases} \qquad 1.19$$

მისი ამონახსნები კი იქნება

$$\begin{cases} \bar{x}=\dfrac{cg}{m_2}\dfrac{1}{P^3\left(P^2+\omega^2\right)}, \\ \bar{y}=m_1g\dfrac{m_1P^2+c}{P^3\left(P^2+\omega^2\right)}. \end{cases} \qquad 1.20$$

ჩვენთვის უფრო საინტერესოა აჩქარებებისა და სიჩქარეების განსაზღვრა. ამისათვის 1.20 სისტემის ორივე განტოლების ორივე მხარე გავამრავლოთ P^2-ზე და გამოვთვალოთ აჩქარებების სიდიდეები, შემდეგ კი მათი ინტეგრებით განვსაზღვრავთ სიჩქარეებს. შესაბამისად, აჩქარებები -

$$\begin{cases} a_x=a_0\left[1-\cos(\omega t)\right]; \\ a_y=a_0\left[1+\dfrac{m_1}{m_2}\cos(\omega t)\right], \end{cases} \qquad 1.21$$

სიჩქარეები -

$$
\begin{cases}
V_x = a_0\left[t - \dfrac{1}{\omega}\sin(\omega t)\right]; \\
V_y = a_0\left[t + \dfrac{m_1}{m_2}\dfrac{1}{\omega}\sin(\omega t)\right].
\end{cases}
\qquad 1.22
$$

სადაც $\omega^2 = \dfrac{c(m_1 + m_2)}{m_1 m_2}$ 1/წმ^2- სისტემის რხევის კუთხური სიხშირეა, ხოლო $a_0 = \dfrac{m_1 g}{m_1 + m_2}$ სისტემის საშუალო აჩქარების სიდიდე, ანუ აჩქარების ის მნიშვნელობა, რომლითაც აჩქარდებოდნენ მასები, მათი დამაკავშირებელი ბაფი უჭიმავი რომ ყოფილიყო.

თუკი ბაგირი თავიდანვე მოჭიმული არ იქნებოდა, ანუ $f_0 = 0$, მაშინ 1.18 განტოლებათა სისტემა მიიღებდა სახეს

$$
\begin{cases}
m_1 \dfrac{d^2x}{dt^2} = m_1 g - c(x - y), \\
m_2 \dfrac{d^2y}{dt^2} = c(x - y).
\end{cases}
\qquad 1.23
$$

ხოლო აჩქარებებისა და სიჩქარეების მნიშვნელობანი შესაბამისად გამოისახებოდნენ,

აჩქარებები -

$$
\begin{cases}
a_x = a_0\left[1 + \dfrac{m_2}{m_1}\cos(\omega t)\right]; \\
a_y = a_0\left[1 - \cos(\omega t)\right],
\end{cases}
\qquad 1.24
$$

სიჩქარეები -

$$\begin{cases} V_x = a_0\left[t + \frac{m_2}{m_1}\frac{1}{\omega}\sin(\omega t)\right]; \\ V_y = a_0\left[t - \frac{1}{\omega}\sin(\omega t)\right]. \end{cases} \qquad 1.25$$

როგორც 1.22 და 1.25 გამოსახულებებიდან ჩანს, სიჩქარეები იცვლებიან სწორხაზობრივი კანონით, რომლებზეც სინუსოიდეებია დამატებული და პროცესს აქვს ჩაუქრობადი ხასიათი.

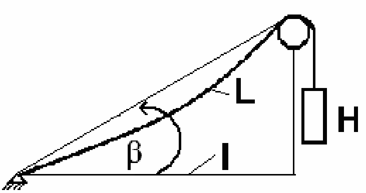
რეალურ ელექტრომექანიკური სისტემების დრეკად ელემენ-ტებში (ამ შემთხვევაში ამწევ ბაგირში), უეჭველად არსებობენ დი-სიპატიური (ენერგიის ფანტვის) ძალები ბლანტი ხახუნის სახით და პროცესს ყოველთვის ქრობადი ხასიათი აქვს. ამიტომაც, 1.14 განტოლებათა სისტემაში, გათვალისწინებული უნდა ყოფილიყო ეს ძალები, მაგრამ სიჩქარეების რხევის პირველი ამპლიტუდა, რომე-ლიც ყველაზე საინტერესოა სისტემაში მაქსიმალური გადატვირთ-ვის ხარისხის შესაფასებლად, მცირედ განსხვავდება რეალური ელექტრომექანიკური სისტემის აღმწერი განტოლებებით მიღებული სიჩქარეების რხევის პირველი ამპლიტუდისაგან.

2. საშახტო ჯალამბრის დინამიკური რეჟიმები

საშახტო ჯალამბრის დინამიკურ რეჟიმების განვიხილვამდე, გამოვთვალოთ ორ საყრდენზე ჩამოდებული გამწევი ბაგირის სიხისტის კოეფიციენტი, რომლის რიცხობრივი მნიშვნელობის ცოდნა აუცილებელი პირობაა დინამიკური რეჟიმების ანალიზისათვის. მისი გამოთვლისათვის ვისარგებლოთ შემდეგი მოსაზრებით. ორ საყრდენზე ჩამოდებული ბაგირის სიხისტე წარმოვიდგინოთ როგორც ორი, მიმდევრობით ჩართული დრეკადი ელემენტების სიხისტეების ჯამი. ერთი, რომელიც გამოწვეული იქნება ვერტიკალურად ჩამოკიდებული ბაგირის სიხისტისაგან და მეორე – როგორც ორ საყრდენზე ჩამოდებული ბაგირის დაჭიმულობისაგან. პირველი სიხისტე გამოითვლება ცნობილი ფორმულით [2,3]:

$$\mathbf{C_v} = \mathbf{ES / l} \qquad 2.1$$

სადაც- $\mathbf{l}$ - ბაგირის ვერტიკალური სიგრძეა; მ, $\mathbf{E}$ - იუნგის მოდული, ფოლადის ბაგირებისათვის, $\mathbf{E} = (1.6 \cdot 10^7 ... 2.1 \cdot 10^7)$ ნ/სმ^2 ; $\mathbf{S}$ - ბაგირის განივი კვეთი, სმ^2; ბაგირი ჩამოვდოთ ორ საყრდენზე, რომელთა შორის მანძილია $\mathbf{l}$ მეტრი, ხოლო სავიზირო კუთხე β,



მაშინ $\mathbf{H}$ დაჭიმულობისაგან გამოწვეული ერთი გრძივი მეტრი $\mathbf{q}$ წონის მქონე ბაგირის სიგრძე გამოითვლება ფორმულით [2]

$$\mathbf{L} = \frac{\mathbf{l}}{\mathbf{cos}\beta} + \frac{\mathbf{q^2 l^3 cos}\beta}{\mathbf{24H^2}}, \qquad 2.2$$

გავზარდოთ დაჭიმულობა $\mathbf{H}$-ის სიდიდე $\Delta\mathbf{H}$ ნაზრდით; მაშინ საყრდენებს შორის მოთავსებული ბაგირის სიგრძე შემცირდება $\Delta\mathbf{L}$ სიდიდით. ბაგირის სიხისტის ეს მდგენელი წარმოვიდგინოთ, როგორც $\mathbf{C_H} = \frac{\Delta\mathbf{H}}{\Delta\mathbf{L}}$ ან $\mathbf{C_H} = \frac{\mathbf{dH}}{\mathbf{dL}}$. ამის გათვალისწინებით, ბაგირის სიგრძის გამოსათვლელი ფორმულიდან

$$\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{C_H}} = \left|\frac{\mathbf{dL}}{\mathbf{dH}}\right| = \left|-\frac{\mathbf{2q^2 l^3 cos}\beta}{\mathbf{24H^3}}\right| = \frac{\mathbf{q^2 l^3 cos}\beta}{\mathbf{12H^3}}. \qquad 2.3$$

ასეთ შემთხვევაში საერთო სიხისტის კოეფიციენტის მნიშვნელობა იქნება

$$\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{C}} = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{C_v}} + \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{C_H}} = \frac{\mathbf{l}}{\mathbf{ES}} + \frac{\mathbf{q^2 l^3 cos}\beta}{\mathbf{12H^3}},$$

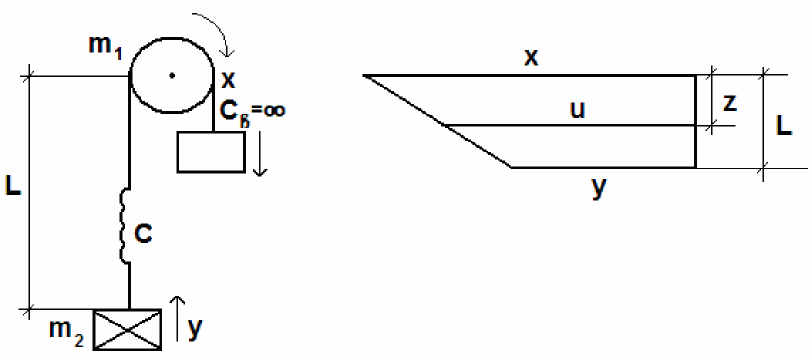
და საბოლოოდ –

$$\mathbf{C} = \frac{\mathbf{ES}}{\mathbf{l}\left(\mathbf{1} + \frac{\mathbf{q^2 l^2 ES cos}\beta}{\mathbf{12H^3}}\right)}. \qquad 2.4$$

განვიხილოთ საშახტო ჯალამბრის ამუშავება. ამ ამოცანის თავისებურება ისაა, რომ ამუშავების დროს გარდამავალი პროცესის ხასიათზე მოქმედებს არა მხოლოდ ბაგირის (დრეკადი ტრანს-

მისიის) მასა, არამედ წონაც. დეფორმაციის დროს იცვლება ბაგირის სიმძიმის ცენტრის მდებარეობა, პოტენციალური ენერგია და შესაბამისად, განზოგადებული ძალა.

რადგან ამუშავების პერიოდში, ჩამავალი სკიპი ახლოსაა დამხვევ დოლთან, საშუალება გვეძლევა მისი მასა დავუმატოთ დოლის მასას, ხოლო ჩამავალი ბაგირის სიხისტის კოეფიციენტი მივიღოთ უსასრულობის ტოლად და საბოლოო ჯამში, სინამდვილეში სამმასიანი სისტემა წარმოვიდგინოდ როგორც ორმასიანი. ამ დაშვებით, საანგარიშო სქემა შეიძლება ამგვარად გამოვსახოთ (ნახ. 2.1, ა).



ა) ბ)

ნახ. 2.1

განზოგადებულ კოორდინატებად მივიღოთ m_2 ჭურჭლის გადაადგილება y და ბაგირის ზედა ბოლოს გადაადგილება x დოლის ზედაპირზე . m_1 - ძრავას, გადამცემი მექანიზმისა და დოლის დაყვანილი მასაა დოლის ზედაპირზე; L - აწევის სიგრძეა, ხოლო

c - ბაგირის სიხისტის კოეფიციენტი.

ვთქვათ, ჯალამბარი დამუხრუჭებულია და ამწევი ბაგირის სიგრძეა L. ძრავას ჩართვისა და მუხრუჭის ახსნის შემდეგ დოლი დაიწყებს ბრუნვას. ბაგირის დრეკადობის გამო, დროის გარკვეულ მცირე მონაკვეთში, დოლზე x და ჭურჭლის y განვლილი მანძილ-ები განსვავებული იქნება. რასაკვირველია, რომ $x > y$. ჭურჭელი ჯერ ჩამორჩება დოლს, ხოლო შემდეგ, ინერციის ძალების ხარ-ჯზე დაიწყებს რხევას.

ბაგირის მასის გასათვალისწინებლად გამოვიყენოთ რელეის მეთოდი

$$u = x - \frac{x-y}{L} z\,, \qquad 2.5$$

სადაც u ბაგირის კვეთის გადაადგილებაა დეფორმაციის დროს. იგი ბაგირის დოლზე ჩამაგრების ადგილიდან z მანძილითაა და-შორებული (ნახ. 2.1 ბ).

ბაგირის კინეტიკური ენერგია გამოითვლება ფორმულით

$$T_k = \frac{1}{2} m_{0k} \int_0^L \dot{u}^2 dz = \frac{1}{2} m_{0k} \int_0^L \left(\dot{x} - \frac{\dot{x} - \dot{y}}{L} \dot{z} \right)^2 dz\,, \qquad 2.6$$

ინტეგრალის ამოღების შემდეგ იქნება

$$T_k = \frac{1}{2} m_k \frac{\dot{x}^2 + \dot{x}\dot{y} + \dot{y}^2}{3}\,. \qquad 2.7$$

სადაც m_{0k} - ერთი მეტრი ბაგირის მასაა, ხოლო m_k - მთლიანი ბაგირის მასა.

სისტემის სრული კინეტიკური ენერგია გამოითვლება -

$$T = T_1 + T_2 + T_k = \frac{1}{2}m_1\dot{x}^2 + \frac{1}{2}m_2\dot{y}^2 + \frac{1}{2}m_k\frac{\dot{x}^2 + \dot{x}\dot{y} + \dot{y}^2}{3}. \quad 2.8$$

ბაგირის კვეთის გადაადგილების გამო გამოწვეული პოტენციალური ენერგიის ცვალებადობა

$$\Pi_1 = m_k g\int_0^L u dz = m_k g\int_0^L\left(x - \frac{x-y}{L}z\right)dz = m_k g\frac{x+y}{2}. \quad 2.9$$

ბაგირის დეფორმაციის გამო გამოწვეული პოტენციალური ენერგიის ცვალებადობა

$$\Pi_2 = \frac{1}{2}c(x - y + f_0)^2. \quad 2.10$$

სადაც f_0 ამავალი ბაგირის წინასწარი სტატიკური დაჭიმულობაა. მიღებულია, რომ წინასწარ დაჭიმულობას m_2g ჭურჭლის წონასთან ერთად ქმნის ბაგირის წონის ნახევარი. ასე, რომ

$$f_0 = \frac{1}{c}\left(\frac{1}{2}m_k + m_2\right)g \quad 2.11$$

სისტემის სრული პოტენციალური ენერგია, ჭურჭლის წონის გათვალისწინებით იქნება

$$\Pi = \Pi_1 + \Pi_2 + m_2 g y. \quad 2.12$$

სისტემას თავისუფლების ორი ხარისხი გააჩნია და საჭიროა ლაგრანჟეს ორი განტოლების შედგენა. განვსაზღვროთ განტოლებებში შემავალი წევრები –

$$\begin{cases} \dfrac{d}{dt}\dfrac{\partial T}{\partial \dot{x}} = \left(m_1 + \dfrac{1}{3}m_k\right)\ddot{x} + \dfrac{1}{6}m_k\ddot{y}; \\ \dfrac{d}{dt}\dfrac{\partial T}{\partial \dot{y}} = \left(m_2 + \dfrac{1}{3}m_k\right)\ddot{y} + \dfrac{1}{6}m_k\ddot{x}; \\ \dfrac{\partial \Pi}{\partial x} = \dfrac{1}{2}m_k g + c(x-y) + \dfrac{1}{2}m_k g + m_2 g = \\ = (m_k + m_2)g + c(x-y); \\ \dfrac{\partial \Pi}{\partial y} = \dfrac{1}{2}m_k g - c(x-y) - \dfrac{1}{2}m_k g - m_2 g + m_2 g = \\ = -c(x-y); \end{cases}$$

$Q'_x = F_0$ და $Q'_y = 0.$

F_0 - ძრავას მიერ დოლზე განვითარებული ძალაა;

უკანასკნელი სისტემიდან შეიძლება მივიღოთ ამუშავების აღმწერი დიფერენციალურ განტოლებათა სისტემა

$$\begin{cases} a_{11}\ddot{x} + a_{12}\ddot{y} = F_0 - Q - c(x-y); \\ a_{21}\ddot{x} + a_{22}\ddot{y} = c(x-y), \end{cases} \qquad 2.13$$

სადაც -- $a_{11} = m_1 + \dfrac{1}{3}m_k$; $a_{12} = \dfrac{1}{6}m_k$; $a_{22} = m_2 + \dfrac{1}{3}m_k$;

$$a_{21} = \frac{1}{6}m_k = a_{12}; \quad Q = (m_k + m_2)g.$$

ჩავწეროთ 2.13 სისტემა ოპერაციულ ფორმაში და განვსაზღვროთ ცვლადები ნულოვანი საწყისი პირობებისათვის

$$\begin{cases} \bar{x} = \dfrac{F_0 - Q}{a_{11}a_{22} - a_{12}^2} \; \dfrac{a_{22}P^2 + c}{P^3(P^2 + \omega^2)} & ; \\ \bar{y} = -\dfrac{F_0 - Q}{a_{11}a_{22} - a_{12}^2} \; \dfrac{a_{12}P^2 - c}{P^3(P^2 + \omega^2)}. \end{cases} \qquad 2.14$$

ჩვენთვის უფრო საინტერესოა აჩქარებებისა და სიჩქარეების განსაზღვრა. ამისათვის 2.14 სისტემის ორივე განტოლების ორივე მხარე გავამრავლოთ p^2-ზე და განვსაზღვროთ აჩქარებები, ხოლო შემდეგ კი მათი ინტეგრებით - სიჩქარეები. შედეგად,

აჩქარებები-

$$\begin{cases} a_x = a_0 \left[1 + \dfrac{a_{22}\omega^2 - c}{c}\cos(\omega t)\right]; \\ a_y = a_0 \left[1 - \dfrac{a_{12}\omega^2 + c}{c}\cos(\omega t)\right]. \end{cases} \qquad 2.15$$

ხოლო სიჩქარეები-

$$\begin{cases} v_x = a_0 \left[t + \dfrac{a_{22}\omega^2 - c}{c\omega}\sin(\omega t)\right]; \\ v_y = a_0 \left[t - \dfrac{a_{12}\omega^2 + c}{c\omega}\sin(\omega t)\right]. \end{cases} \qquad 2.16$$

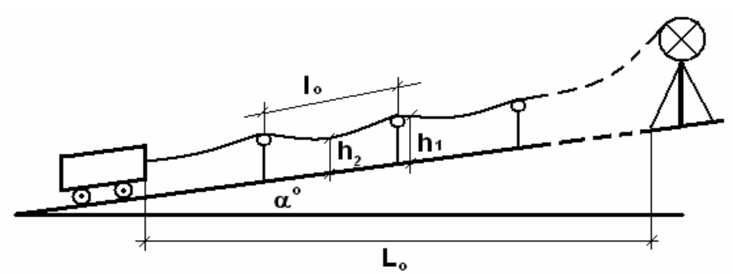
სადაც $\omega^2 = \dfrac{a_{11} + a_{22} + 2a_{12}}{a_{11}a_{22} - a_{12}^2}c = \dfrac{\Sigma m}{a_{11}a_{22} - a_{12}^2}c$ 1/წმ^2 - სისტემის რხევის კუთხური სიხშირეა, ხოლო

$$a_0 = \frac{F_0 - Q}{m_1 + m_2 + m_{\text{ბ}}} = \frac{F_0 - Q}{\Sigma m},$$ მ/წმ^2 -

სისტემის საშუალო აჩქარების სიდიდე.

რა თქმა უნდა, რეალურ პირობებში, Q ბოლოკიდული ტვირთი გამოითვლება $Q(\sin\alpha \pm f\cos\alpha)$ გამოსახულებით, სადაც α აწევის გზის დახრის კუთხეა, ხოლო f მოძრაობის წინაალმდეგობის მომენტი, ნიშანი პლიუსი აიღება აწევის დროს, ხოლო მინუსი - ჩაშვებისას.

განვიხილოთ ბაგირის სიხისტის კოეფიციენტის გამოთვლის მეთოდი ჯალამბრის შემთხვევისათვის -



ნახ. 2.2

აწევის L_0 სიგრძის დროს, ბაგირის n რაოდენობის მიმმართველი შკივის არსებობისას, ერთი უბნის სიგრძე იქნება $l_0 = \frac{L_0}{n}$, ხოლო მისი პროექცია აბსცისათა ღერძზე - l. ერთი უბნის ბაგირის სიხისტის კოეფიციენტი გამოითვლება 2.4 გამოსახახულებით -

$$C = \frac{ES}{l\left(1 + \frac{q^2 l^2 ES\cos\alpha}{12H^3}\right)}. \qquad 2.17$$

დაჭიმულობა $\mathbf{H}$ განისაზღვრება ბოლოკიდული ტვირთის წონით, ანუ $\mathbf{H} = \mathbf{Q}\,\mathbf{sin}\,\alpha$. მაქსიმალური დაშორება გორგოლაჭებს შორის, როცა ტვირთი არ შეეხება ზედაპირს

$$\mathbf{l_0} = \sqrt{\frac{\mathbf{8H_{min}(h_1 - h_2)}}{\mathbf{q\,cos}\,\alpha}}, \qquad 2.18$$

სადაც, $\mathbf{H_{min}}$ ბაგირის მინიმალური დაჭიმულობაა, აიღება ცარიელი სკიპის წონის მდგენელის ტოლად -

$$\mathbf{H_{min}} = (\mathbf{m_{sk}} + \mathbf{0.5m_k})\,\mathbf{sin}\,\alpha. \qquad 2.19$$

$\mathbf{h_1}$ - მანძილი ზედაპირიდან გორგოლაჭზე მდებარე ბაგირამდე; სტანდარტული საშახტო გორგოლაჭებისათვის $\mathbf{h_1} = \mathbf{0.395}$ მ; $\mathbf{h_2}$ - მანძილი ზედაპირიდან ბაგირამდე მალის შუაში; აიღება $\mathbf{h_2} = \mathbf{0.1}$ მ.

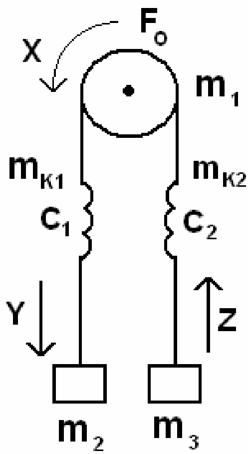
ბაგირის სრული სიხისტე გამოითვლება, როგორც

$$\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{C}} = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{C_0}} + \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{C_0}} + \ldots + \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{C_0}} = \frac{\mathbf{n}}{\mathbf{C_0}}, \qquad 2.20$$

საბოლოოდ -

$$\mathbf{C} = \frac{\mathbf{C_0}}{\mathbf{n}}. \qquad 2.21$$

განვიხილოთ ორბოლოიანი ჯალამბრის მუშაობის სხვადასხვა რეჟიმი. ზოგადად, გამარტივებულ საანგარიშო სქემას აქვს სახე (ნახ. 2.3).



ნახ. 2.3

m_1 დამხვევი ორგანოს და მის ზედაპირზე ყველა მბრუნავი ელემენტის მასაა ძრავასა და გადამცემი მექანიზმის ჩათვლით; m_2 - ჩამავალი ტვირთის სრული მასაა; m_3 - ამავალი ტვითის სრული მასა; C_1 - და C_2 ჩამავალი და ამავალი ბაგირების სიხ-ისტის კოეფიციენტებია; m_{k1} და m_{k2} - ჩამავალი და ამავალი ბაგირების მასა; X, Y და Z - შესაბამისად m_1, m_2 და m_3 მასების გადაადგილებები; F_0 - ძრავას მიერ განვითარებული ძალა, დაყვანილი დამხვევი ორგანოს ზედაპირზე.

მოძრაობის დიფერენციალური განტოლებები შესადგენად ვის-არგებლოთ რელეისა და ლაგრანჟეს მეთოდებით.

სისტემის სრული კინეტიკური ენერგია -

$$T = \frac{1}{2}m_1\dot{X}^2 + \frac{1}{2}m_2\dot{Y}^2 + \frac{1}{2}m_3\dot{Z}^2 + $$
$$+\frac{1}{2}m_{k1}\frac{\dot{Y}^2 + \dot{X}\dot{Z} + \dot{X}^2}{3} + \frac{1}{2}m_{k2}\frac{\dot{Y}^2 + \dot{X}\dot{Y} + \dot{Z}^2}{3}. \qquad 2.22$$

პოტენციალური ენერგია -

$$\Pi = -m_2gY + m_3gZ + \frac{1}{2}C_1(Y-X)^2 +$$
$$+\frac{1}{2}C_2(X-Z)^2 - \frac{1}{2}m_{k1}g(X+Y) + \frac{1}{2}m_{k2}g(X+Z). \qquad 2.23$$

სისტემას გააჩნია სამი თავისუფლების ხარისხი და საჭიროა ლაგრანჟეს სამი განტოლების შედგენა

$$\begin{cases} \dfrac{d}{dt}\dfrac{\partial T}{\partial \dot{X}} = \left(m_1 + \dfrac{1}{3}m_{k1} + \dfrac{1}{3}m_{02}\right)\ddot{X} + \dfrac{1}{6}m_{k1}\ddot{Y} + \dfrac{1}{6}m_{k2}\ddot{Z}; \\ \dfrac{d}{dt}\dfrac{\partial T}{\partial \dot{Y}} = \dfrac{1}{6}m_{k1}\ddot{X} + \left(m_2 + \dfrac{1}{3}m_{k1}\right)\ddot{Y}; \\ \dfrac{d}{dt}\dfrac{\partial T}{\partial \dot{Z}} = \dfrac{1}{6}m_{k2}\ddot{X} + \left(m_3 + \dfrac{1}{3}m_{k2}\right)\ddot{Z}. \end{cases} \qquad 2.24$$

შესაბამისად, პოტენციური ენერგიის ცვლილებები -

$$\begin{cases} \dfrac{\partial \Pi}{\partial X} = -C_1(Y-X) + C_2(X-Z) - \dfrac{1}{2}m_{k1}g + \dfrac{1}{2}m_{k2}g; \\ \dfrac{\partial \Pi}{\partial Y} = -m_2g + C_1(Y-X) - \dfrac{1}{2}m_{k1}g; \\ \dfrac{\partial \Pi}{\partial Z} = m_3g - C_2(X-Z) + \dfrac{1}{2}m_{k2}g. \end{cases} \qquad 2.25$$

მოძრაობის ამსახველ დიფერენციალურ განტოლებათა სისტე-მას ექნება სახე -

$$\begin{cases}\left(m_1+\frac{1}{3}m_{k1}+\frac{1}{3}m_{k2}\right)\ddot{X}+\frac{1}{6}m_{k1}\ddot{Y}+\frac{1}{6}m_{k2}\ddot{Z}= \\ =C_1(Y-X)-C_2(X-Z)+\frac{1}{2}m_{k1}g-\frac{1}{2}m_{k2}g+F_0; \\ \frac{1}{6}m_{k1}\ddot{X}+\left(m_2+\frac{1}{3}m_{k1}\right)\ddot{Y}=m_2g-C_1(Y-X)+ \\ +\frac{1}{2}m_{k1}g; \\ \frac{1}{6}m_{k2}\ddot{X}+\left(m_3+\frac{1}{3}m_{k2}\right)\ddot{Z}=-m_3g+C_2(X-Z)- \\ -\frac{1}{2}m_{k2}g.\end{cases} \qquad 2.26$$

განვიხილოთ გარდამავალი რეჟიმი ძაბვის უეცარი შეწყვეტი-სას (ჩავთვალოთ, რომ დამხვევ ორგანოს მყისიერად დაედო მუხრ-უჭი და მისი გადაადგილება ასევე მყისიერად გახდა ნულის ტო-ლი)

$$\begin{cases}\frac{1}{6}m_{01}\ddot{Y}+\frac{1}{6}m_{k2}\ddot{Z}=C_1Y+C_2Z+\frac{1}{2}m_{k1}g-\frac{1}{2}m_{k2}g+F_0; \\ \left(m_2+\frac{1}{3}m_{k1}\right)\ddot{Y}=m_2g-C_1Y+\frac{1}{2}m_{k1}g; \\ \left(m_3+\frac{1}{3}m_{k2}\right)\ddot{Z}=-m_3g-C_2Z-\frac{1}{2}m_{k2}g.\end{cases} \qquad 2.27$$

ამოვხსნათ განტოლებათა სისტემა (2.27-ის მიხედვით) -

$$\begin{cases} \ddot{Y} + \dfrac{3C_1}{3m_2 + m_{k1}} Y = \dfrac{6m_2 + 3m_{k1}}{6m_2 + 2m_{k1}} g; \\ \ddot{Z} + \dfrac{3C_2}{3m_3 + m_{k2}} Z = -\dfrac{6m_3 + 3m_{k2}}{6m_3 + 2m_{k2}}. \end{cases} \qquad 2.28$$

შესაბამისი ამონახსნები $\dot{Y}(0) = \dot{Z}(0) = V_0$ საწყისი პირობებისათვის გვექნება (V_0 სიჩქარეა, რომელითაც მოძრაობდნენ ტვირთები უეცარ დამუხრუჭებამდე)

$$\begin{cases} Y = Y_0 + \dfrac{V_0}{\omega_{01}} \sin(\omega_{01} t); \\ Z = -Z_0 + \dfrac{V_0}{\omega_{02}} \sin(\omega_{02} t). \end{cases} \qquad 2.29$$

სადაც, Y_0 და Z_0 შესაბამისად m_2 და m_3 ტვირთების წონასწორობის წერტილებია, ანუ მანძილები, რომელითაც ისინი ბაგირებს ჭიმავენ.

$$Y_0 = \frac{g}{\omega_{01}^2} \frac{6m_2 + 3m_{k1}}{6m_2 + 2m_{k1}}; \quad Z_0 = \frac{g}{\omega_{02}^2} \frac{6m_3 + 3m_{k2}}{6m_3 + 2m_{k2}} \qquad 2.30$$

ხოლო -

$$\omega_{01}^2 = \frac{3C_1}{3m_2 + m_{k1}}; \; \omega_{02}^2 = \frac{3C_2}{3m_3 + m_{k2}}, \qquad 2.31$$

შესაბამისად m_2 და m_3 ტვირთების (ბაგირების გათვალისწინებით) საკუთარი რხევის სიხშირეებია.

სისტემაში გადახრის მაქსიმალური სიდიდეები გვექნება შესაბამისად $\omega_{01}t = \frac{\pi}{2}$ და $\omega_{02}t = \frac{3\pi}{2}$ მნიშვნელობების დროს და გამოისახებიან -

$$\begin{cases} Y_{max} = Y_0\left(1 + \frac{V_0}{\omega_{01}Y_0}\right); \\ Z_{max} = -Z_0\left(1 + \frac{V_0}{\omega_{02}Z_0}\right). \end{cases} \qquad 2.32$$

განვსაზღვროთ დინამიკურობის კოეფიციენტების მნიშვნელობანი -

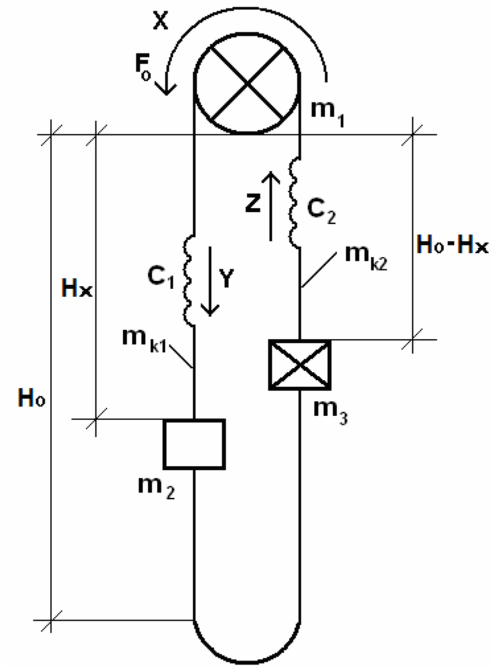
$$\begin{cases} K_{dY} = \left|\frac{Y_{max}}{Y_0}\right| = 1 + \frac{V_0}{\omega_{01}Y_0}; \\ K_{dZ} = \left|\frac{Y_{max}}{Z_0}\right| = 1 + \frac{V_0}{\omega_{02}Z_0}. \end{cases} \qquad 2.33$$

ამრიგად, დინამიკურობის კოეფიციენტის სიდიდე პირდაპირპროპორციულია საწყისი სიჩქარისა და უკუპროპორციულია ტვირთების მასებისა.

3. საშახტო ამწევი მანქანის დინამიკური რეჟიმები

განვიხილოთ ვერტიკალური საშახტო ამწევი მანქანის სა-მუშაო რეჟიმები. თავიდან შევადგინოთ მოძრაობის ამსახველი დი-ფერენციალურ განტოლებათა სისტემა.

გამარტივებულ საანგარიშო სქემას ასეთი სახე ექნება



ნახ. 3.1

მუშაობის სპეციფიკით, ამწევი მანქანა მსგავსია საშახტო ჯალამბრისა. ამის გათვალისწინებით, თუკი ჩავსვავთ სისტემის კინეტიკურ, პოტენციალურ ენერგიებსა და განზოგადებულ ძალის მნიშვნელობებს ლაგრანჟეს განტოლებებში, მივიღებთ -

$$
\begin{cases}
\left(m_1+\frac{1}{3}m_{k1}+\frac{1}{3}m_{k2}\right)\ddot{X}+\frac{1}{6}m_{k1}\ddot{Y}+\frac{1}{6}m_{k2}\ddot{Z}= \\
=C_1(Y-X)-C_2(X-Z)+\frac{1}{2}m_{k1}g-\frac{1}{2}m_{k2}g+F_0; \\
\frac{1}{6}m_{k1}\ddot{X}+\left(m_2+\frac{1}{3}m_{k1}\right)\ddot{Y}=m_2g-C_1(Y-X)+\frac{1}{2}m_{k1}g; \\
\frac{1}{6}m_{k2}\ddot{X}+\left(m_3+\frac{1}{3}m_{k2}\right)\ddot{Z}=-m_3g+C_2(X-Z)-\frac{1}{2}m_{k2}g.
\end{cases}
\qquad 3.1
$$

სადაც - m_1 დამხვევი ორგანოს და მის ზედაპირზე ყველა მბრუნავი ელემენტის მასაა ძრავასა და გადამცემი მექანიზმის ჩათვლით; m_2 - ჩამავალი ტვირთის სრული მასაა; m_3 - ამავალი ტვითის სრული მასა; C_1 - და C_2 ჩამავალი და ამავალი ბაგირების სიხისტის კოეფიციენტები; m_{k1} და m_{k2} - ჩამავალი და ამავალი ბაგირების მასა; X, Y და Z - შესაბამისად m_1, m_2 და m_3 მასების გადაადგილებები; F_0 - ძრავას მიერ განვითარებული ძალა, დაყვანილი დამხვევი ორგანოს ზედაპირზე.

<u>შენიშვნა</u>: კუდის ბაგირის მასები შესაბამისად m_2 და m_3 მასებზეა დამატებული.

განვიხილოთ ავარიული დამუხრუჭების შემთხვევა.

ვთქვათ, სისტემა მუშაობს ნომინალური სიჩქარით, m_3 მასა წამოედო რაღაც დაბრკოლებას და უეცრად გაჩერდა. m_2 ტვირთი და დამხვევი ორგანო, ბაგირის ზამბარირების ხარჯზე, აგრძელებენ

აგრძელებენ ინერციით მოძრაობას. შესაბამისად გაიზრდება დაჭიმულობა ამომავალ ბაგირში და როდესაც ეს ძალა გადააჭარბებს ძრავას მიერ განვითარებულ ძალას, ეს უკანასკნელი მახასიათებლის მდგრად შტოდან გადავა არამდგრადში, ველარ განავითარებს პრაქტიკულად მნიშვნელოვან მომენტს დამხვევ ორგანოზე და სისტემა დაიწყებს რხევას გარკვეული კანონით. განვიხილოთ ეს შემთხვევა, შრომატევადი მათემატიკური გარდაქმნების თავიდან აცილების მიზნით, ბაგირის მასების გაუთვალისწინებლად. ჩავთვალოთ, რომ ამომავალი ტვირთი მყისიერად გაჩერდა და მისი გადაადგილება ნულის ტოლი გახდა. ასეთ შემთხვევაში -

$$\begin{cases} m_1\ddot{X} + \left(C_1 + C_2\right)X - C_1Y = 0; \\ m_2\ddot{Y} + C_1Y - C_1X = m_2g. \end{cases} \qquad 3.2$$

ამ განტოლებათა სისტემის ამოხსნა ოპერაციულ ფორმაში იქნება (იხ. 3.3).

სადაც V_0 სისტემის მოძრაობის სიჩქარეა პროცესის დასაწყისში.

მათემატიკური ჩაწერის სიმარტივისათვის შემოღებულია აღნიშვნები

$$A = \frac{C_2}{m_1} + \frac{m_1 + m_2}{m_1m_2}C_1 \quad \text{და} \quad B = \frac{C_1C_2}{m_1m_2}.$$

$$
\begin{cases}
\bar{X} = \dfrac{X_0P^4 + V_0P^3 + \dfrac{m_1X_0 + m_2Y_0}{m_1m_2}C_1P^2 +}{P\left(P^4 + AP^2 + B\right)} \rightarrow \\
\rightarrow \dfrac{+\left(A - \dfrac{C_2}{m_1}\right)V_0P + \dfrac{C_1}{m_1}g}{P\left(P^4 + AP^2 + B\right)}; \\
\bar{Y} = \dfrac{Y_0P^4 + V_0P^3 + \left(g + \dfrac{m_1X_0 + m_2Y_0}{m_1m_2}C_1 - \dfrac{C_2}{m_1}Y_0\right)P^2}{P\left(P^4 + AP^2 + B\right)} \rightarrow \\
\rightarrow \dfrac{+AV_0P + \dfrac{C_1 + C_2}{m_1}g}{P\left(P^4 + AP^2 + B\right)}.
\end{cases}
\qquad 3.3
$$

განვიხილოთ მახასიათებელი განტოლება

$$P^4 + AP^2 + B = 0 .$$

იგი წარმოადგენს ბიკვადრატულ განტოლებას და მისი ამონახსნები იქნება

$$P_1^2 = -\frac{A}{2} + \sqrt{\frac{A^2}{4} - B} = \omega_1^2 \ ;$$

$$P_2^2 = -\frac{A}{2} - \sqrt{\frac{A^2}{4} - B} = \omega_2^2 \ . \qquad 3.4$$

როგორც ამონახსნების ანალიზი გვიჩვენებს, სისტემის პარამეტრების რეალური მნიშვნელობების დროს ფესქვეშა გამოსახულება მუდამ დადებითი სიდიდეა და შეიძლება დაიწეროს

$$P_{1,2} = \pm i\omega_1 ; \quad P_{3,4} = \pm i\omega_2 . \qquad 3.5$$

ამ უკანასკნელთა გათვალისწინებით, მახასიათებელი განტოლება შეიძლება ასე წარმოვადგინოთ:

$$P^4 + AP^2 + B = \left(P^2 - \omega_1^2\right)\left(P^2 - \omega_2^2\right) \qquad 3.6$$

ვიეტას თეორემის თანახმად,

$$A = -\left(\omega_1^2 + \omega_2^2\right) \quad \text{და} \quad B = \omega_1^2\omega_2^2 . \qquad 3.7$$

3.3 სისტემის ამონახსნი იქნება

$$\begin{cases} X = X_0 - \dfrac{V_0}{\omega_1^2 - \omega_2^2}\left[\dfrac{\omega_2^2 - \dfrac{C_2}{m_1}}{\omega_1}\sin(\omega_1 t) - \dfrac{\omega_1^2 - \dfrac{C_2}{m_1}}{\omega_2}\sin(\omega_2 t)\right]; \\ Y = Y_0 - \dfrac{V_0}{\omega_1^2 - \omega_2^2}\left[\dfrac{\omega_2^2}{\omega_1}\sin(\omega_1 t) - \dfrac{\omega_1^2}{\omega_2}\sin(\omega_2 t)\right]. \end{cases} \qquad 3.8$$

X_0 და Y_0 შესაძლებელია გამოითვალოს 3.3 სისტემიდან $P = 0$ ჩასმით (სტატიკურ განტოლებათა სისტემიდან)

$$X_0 = \frac{C_1 g}{m_1 B} = \frac{m_2 g}{C_2} \quad \text{და}$$

$$Y_0 = \frac{\left(C_1 + C_2\right)g}{m_1 B} = \frac{C_1 + C_2}{C_1 C_2} m_2 g . \qquad 3.9$$

შესაბამისი აჩქარებები იქნება

$$\begin{cases} \ddot{X} = \dfrac{V_0}{\omega_1^2 - \omega_2^2}\left[\omega_1\left(\omega_2^2 - \dfrac{C_2}{m_1}\right)\sin(\omega_1 t) - \omega_2\left(\omega_1^2 - \dfrac{C_2}{m_1}\right)\sin(\omega_2 t)\right]; \\ \ddot{Y} = \dfrac{V_0\omega_1\omega_2}{\omega_1^2 - \omega_2^2}\left[\omega_2 \sin(\omega_1 t) - \omega_1 \sin(\omega_2 t)\right]. \end{cases} \qquad 3.10$$

რადგან ბაგირის მასა უგულებელვყავით, ინერციის ძალა გამოითვლება მხოლოდ ტვირთების მასების გათვალისწინებით, ამიტომ

- ჩამავალისათვის

$$T_1 = m_2\ddot{Y}, \qquad 3.11$$

- ამავალისათვის

$$T_2 = m_2\ddot{Y} + m_1\ddot{X}. \qquad 3.12$$

სტატიკური დატვირთვის მხედველობაში მიღებით

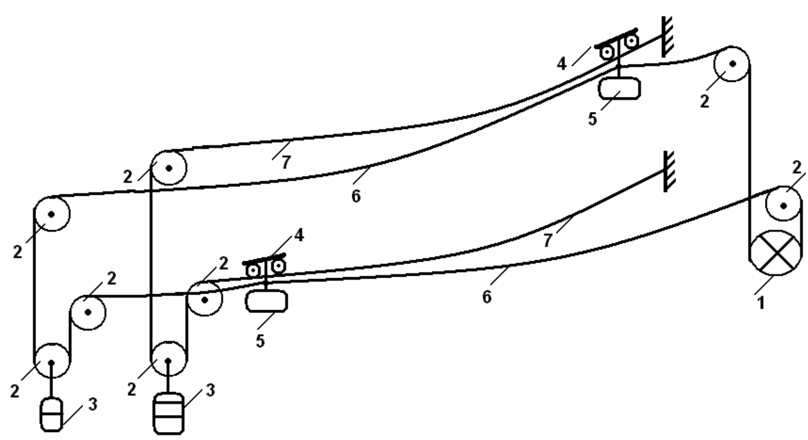
$$\begin{cases} T_1 = m_2 g - m_2\ddot{Y}; \\ T_2 = m_2 g - m_2\ddot{Y} - m_1\ddot{X}. \end{cases} \qquad 3.13$$

(ვისარგებლეთ იმ მოსაზრებით, რომ რომელიმე წერტილში დაჭიმულობის, ინერციისა და სტატიკური ძალების ჯამი ნულის ტოლია $F_{st} + J + T = 0$).

3.13 გამოსახულებიდან განისაზღვრება დაჭიმულობის მაქსიმალური მნიშვნელობა და საჭიროა იგი შედარდეს ბაგირის გამგლეჯ ძალას.

4. კიდული ბაგირგზის დინამიკური რეჟიმები

ორბაგირიან, ორვაგონიან, ქანქარისებურად მოძრავ კიდულ ბაგირგზას, პრინციპულად, შეიძლება ასეთი სახე ჰქონდეს -



ნახ. 4.1

სადაც - 1- ხახუნის ამძრავი შკივია;

2 - მიმმართველი შკივები;

3 - დამჭიმავი ტვირთები;

4 - სავალი ურიკები;

5 - ვაგონები;

6 - გამწევი ბაგირი;

7 - მზიდი ბაგირები.

მოძრაობის ამსახველი დიფერენციალურ განტოლებათა სისტემის შედგენისას მიღებულია გარკვეული სახის დაშვებები, რო-

მელთაგან აღსანიშნავია:

1. ამძრავი შკივი, რედუქტორი, ძრავას ლილვი და საერთ-ოდ, ამძრავის ყველა ელემენტი აბსოლუტურად ხისტია.

2. წინააღმდეგობების ძალები, რომლებიც წარმოიშვება სავ-ალი ურიკების მზიდ ბაგირზე გადაადგილებისას, მუდმივია და სი-მცირის გამო შესაძლოა მათი უგულებელყოფა.

3. ბაგირგზის ვაგონი, სავალ ურიკასთან, ქანქარისებურადაა დაკავშირებული და მისი რხევის სიხშირის გამოთვლისას, ექვივა-ლენტურ სიხისტის კოეფიციენტს ვანგარიშობთ, როგორც ვაგონის წონის ფარდობას მის ჩამოკიდების სიგრძესთან.

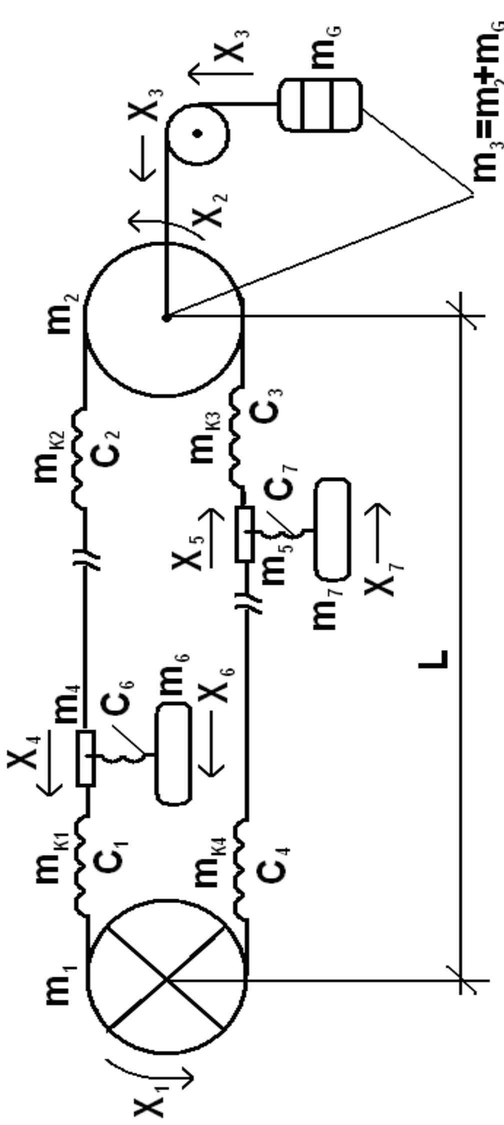
4. მხედველობაში არ არის მიღებული ბაგირის შინაგანი ხა-ხუნის ანუ დისიპატიური ძალები და პროცესს ვიხილავთ როგორც არაქრობადს.

5. ვაგონის რხევას, სავალი ურიკის მიმართ, ვიხილავთ როგ-ორც მცირე რხევებს. ანუ გადახრის α კუთხის მნიშვნელობისას ვუშვებთ, რომ $\cos\alpha \approx 1$ და $\sin\alpha \approx 0$.

6. გარდამავალი პროცესის განხილვისას მხედველობაში არ ვიღებთ გამწევი ბაგირის სიგრძის ცვალებადობას.

7. მხედველობაში არ მიიღება მზიდი ბაგირის რხევის გავლ-ენა გამწევ ბაგირზე.

აღნიშნულის გათვალისწინებით, შესაძლოა წარმოვიდგინოთ ბაგირგზის საანგარიშო სქემა:



ნახ. 4.2

ზემოთ მოყვანილი მეთოდიკით (რელეის მეთოდისა და ლაგრანჟეს განტოლებებით) დაიწერება ბაგირგზისათვის მოძრაობის

აღმწერი დიფერენციალურ განტოლებათა სისტემა, (გავითვალისწინოთ, რომ $m_{k1} = m_{k3}$; $m_{k2} = m_{k4}$ და ამის მიხედვით - $m_{k1} + m_{k4} = m_{k2} + m_{k3}$.)

$$\begin{cases} (m_1 + A)\ddot{X}_1 + B_1\ddot{X}_4 + B_2\ddot{X}_5 = Q_1; \\ (m_2 + A)\ddot{X}_2 + B_2\ddot{X}_4 + B_1\ddot{X}_5 = Q_2; \\ m_1\ddot{X}_3 = \qquad\qquad = Q_4 \\ B_1\ddot{X}_1 + B_2\ddot{X}_2 + (m_4 + A)\ddot{X}_4 = Q_4; \\ B_2\ddot{X}_1 + B_1\ddot{X}_2 + (m_5 + A)\ddot{X}_5 = Q_5; \\ m_6\ddot{X}_6 = \qquad\qquad = Q_6; \\ m_7\ddot{X}_7 = \qquad\qquad = Q_7. \end{cases} \qquad 4.1$$

სადაც - $A = \frac{1}{3}(m_{k1} + m_{k4}) = \frac{1}{3}(m_{k2} + m_{k3})$ და

$$B_1 = \frac{1}{6}m_{k1} = \frac{1}{6}m_{k3}; \quad B_2 = \frac{1}{6}m_{k2} = \frac{1}{6}m_{k4}.$$

$$Q_1 = F_0 - C_1(X_1 - X_4) + C_4(X_5 - X_1);$$

$$Q_2 = C_2(X_4 - X_2 - X_3) - C_3(X_2 - X_5 - X_3);$$

$$Q_3 = C_2(X_4 - X_2 - X_3) + C_3(X_2 - X_5 - X_3);$$

$$Q_4 = C_1(X_1 - X_4) - C_2(X_4 - X_2 - X_3) - C_6(X_4 - X_6) + \\ + m_4 g \cdot \sin\alpha_1$$

$$Q_5 = C_3(X_2 - X_5 - X_3) - C_4(X_5 - X_1) - C_7(X_5 - X_7) + \\ + m_5 g \cdot \sin\alpha_2$$

$$Q_6 = C_6\left(X_4 - X_6\right) + m_6 g \cdot \sin\alpha_1;$$
$$Q_7 = C_7\left(X_5 - X_7\right) + m_7 g \cdot \sin\alpha_2 .$$

$m_{k1}...m_{k4}$ ბაგირების სიხისტეები ($C_1...C_4$) გამოითვლება $C = \dfrac{ES}{l\left(1 + \dfrac{q^2 l^2 ES\cos\alpha}{12H^3}\right)}$ ფორმულაში l სიგრძისა და ასვლის α კუთხის შესაბამისი მნიშვნელობების ჩასმით, ხოლო ვაგონის სავალ ურიკასთან ექვივალენტურ სიხისტის კოეფიციენტს გამოვთვლით $C_6 = \dfrac{m_6 g}{l_0}$ და $C_7 = \dfrac{m_7 g}{l_0}$ გამოსახულებებით; სადაც l_0 - ვაგონის ჩამოკიდების სიგრძეა.

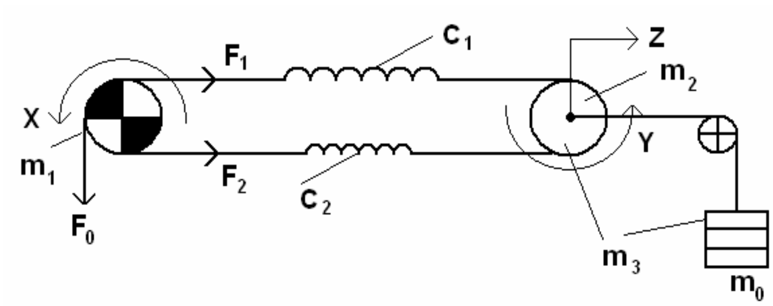
5. საშახტო ლენტური კონვეიერის დინამიკური რეჟიმები

რეალურ საკონვეიერო დანადგარში, კონვეიერის ლენტი უნდა განვიხილოთ როგორც განაწილებულ პარამეტრებიანი კვანძი. გრძივი მიმართულებით დეფორმაციის გავრცელების სიჩქარე განისაზღვრება როგორც -

$$a_k = \sqrt{\frac{Eg}{\gamma}}, \qquad 5.1$$

სადაც E - ლენტის მასალის დრეკადობის მოდულია;
$g = 9.81$მ/წმ^2 ; γ - ლენტის მოცულობითი წონა (კონვეიერის ზედა ნაწილსათვის გადასატანი ტვირთის წონის ჩათვლით).

საანგარიშო სქემას შეიძლება ჰქონდეს ასეთი სახე



ნახ. 5.1

სადაც m_1, m_2 - სისტემის ყველა მბრუნავი დაყვანილი მასები ამძრავ და დამჭიმავ დოლებზე; m_3 არის m_2 დამჭიმავი დოლი-

სა და m_0 დამჭიმავი ტვირთის მასების ჯამი; F_0 - ძრავას მიერ განვითარებული ძალა ამძრავ დოლზე; X და Y - შესაბამისად ამძრავ m_1 და დამჭიმავ m_2 დოლების ზედაპირზე წერტილ-ების გადაადგილებები; Z - m_3 დამჭიმავი ტვირთის გადაადგილება; C_1 და C_2 - კონვეიერის ზედა და ქვედა ლენტების სიხისტის კოეფიციენტები, შესაბამისად;

მოძრაობის ამსახველ დიფერენციალურ განტოლებათა სისტემას (ზემოთ განხილული მეთოდების გათვალისწინებით) ექნება სახე -

$$\begin{cases} m_1\ddot{X} = F_0 - C_1(X - Y - Z) + C_2(Y - Z - X); \\ m_2\ddot{Y} = C_1(X - Y - Z) - C_2(Y - Z - X); \\ m_3\ddot{Z} = C_1(X - Y - Z) + C_2(Y - Z - X). \end{cases} \quad 5.2$$

დინამიკური რეჟიმის ანალიზის გამარტივების მიზნით დავუშვათ, რომ ზედა და ქვედა ლენტების სიხისტეები ერთნაირია, ანუ $C_1 = C_2 = C$. მაშინ 5.2 სისტემა მიიღებს სახეს -

$$\begin{cases} m_1\ddot{X} = F_0 - 2C(X - Y); \\ m_2\ddot{Y} = 2C(X - Y); \\ m_3\ddot{Z} = -2CZ. \end{cases} \quad 5.3$$

5.3 სისტემის უკანასკნელი განტოლება არის ჰარმონიული რხევის დიფერენციალური განტოლება, რომლის ამონახსნი ნულოვანი საწყისი პირობებისათვის (როცა $t = 0$, მაშინ $Z(0) = 0$

და $\dot{Z}(0)=0$), იქნება - $Z=0$.

ამრიგად, განხილულ შემთხვევაში, როცა $C_1=C_2$, გარდამავალ რეჟიმში დამჭიმავი ტვირთი მონაწილეობს არ ღებულობს.

დავუშვათ, ძრავას მიერ განვითარებული ძალა იცვლება წრფივი კანონით და გამოისახება, როგორც - $F_0=\beta(V_1-\dot{X})$, სადაც β - ძრავას მექანიკური მახასიათებლის სიხისტის კოეფიციენტია, ხოლო V_1 - ძრავას დამყარებული სიჩქარე. ასეთ შემთხვევაში 5.3 განტოლებათა სისტემა დაიწერება -

$$\begin{cases} m_1\ddot{X}=\beta(V_1-\dot{X})-2C(X-Y); \\ m_2\ddot{Y}=2C(X-Y). \end{cases} \qquad 5.4$$

ამ სისტემის ამონახსნი ოპერაციულ ფორმაში იქნება

$$\begin{cases} \bar{X}=\dfrac{\beta V_1}{m_1m_2}\dfrac{m_2P^2+2C}{P^2Q(P)}=\dfrac{\beta V_1}{m_1}\dfrac{P^2+\alpha}{P^2Q(P)}; \\ \bar{Y}=\dfrac{2\beta V_1C}{m_1m_2}\dfrac{1}{P^2Q(P)}. \end{cases} \qquad \mathbf{5.5}$$

აქ $Q(p)$ მახასიათებელი განტოლებაა,

$$Q(p)=P^3+a_1P^2+a_2P+a_3, \qquad \mathbf{5.6}$$

სადაც -

$$a_1=\frac{\beta}{m_1};\quad a_2=\gamma\alpha;\quad a_3=a_1\alpha;\quad \alpha=\frac{2c}{m_2};\quad \gamma=\frac{m_1+m_2}{m_1}.$$

შესაბამისად, სიჩქარეები ოპერაციულ ფორმაში -

$$\begin{cases} P\bar{X} = \dfrac{\beta V_1}{m_1}\dfrac{P^2+\alpha}{PQ(P)}; \\ P\bar{Y} = \dfrac{2\beta V_1 C}{m_1 m_2}\dfrac{1}{PQ(P)}. \end{cases} \qquad 5.7$$

აჩქარებები -

$$\begin{cases} P^2\bar{X} = \dfrac{\beta V_1}{m_1}\dfrac{P^2+\alpha}{Q(P)}; \\ P^2\bar{Y} = \dfrac{2\beta V_1 C}{m_1 m_2}\dfrac{1}{Q(P)}. \end{cases} \qquad 5.8$$

მე- 7 თავში ვნახავთ, რომ დინამიკური რჟიმის ოპტიმიზაციისათვის სასურველია, თუკი ამძრავი ძრავას მექანიკური მახასიათებლის სიხისტე β - ს მნიშვნელობად ავიღებთ სიდიდეს - $\beta = m_1\alpha^{1/2}\gamma^{3/4}$.

ასეთ შემთხვევაში $Q(p) = P^3 + a_1P^2 + a_2P + a_3$ მახასიათებელი განტოლება მიიღებს სახეს

$$Q(p) = P^3 + \alpha^{1/2}\gamma^{3/4}P^2 + \alpha\gamma P + \alpha^{3/2}\gamma^{3/4}. \qquad 5.9$$

გამოვიკვლიოთ ამ განტოლების დისკრიმინანტი [4]

$$D = \left(\frac{z_1}{3}\right)^3 + \left(\frac{z_2}{2}\right)^2, \qquad 5.10$$

სადაც

$$z_1 = a_2 - \frac{1}{3}a_1^2 = \gamma\alpha\left(1 - \frac{1}{3}\gamma^{1/2}\right) \quad \text{და} \qquad 5.11$$

$$\mathbf{z_2} = \mathbf{2}\left(\frac{\mathbf{a_1}}{\mathbf{3}}\right)^{\mathbf{3}} - \frac{\mathbf{a_1 a_2}}{\mathbf{3}} + \mathbf{a_3} = \alpha^{3/2}\lambda^{3/4}\left(\frac{\mathbf{2}}{\mathbf{27}}\gamma^{3/2} - \frac{\gamma}{\mathbf{3}} + \mathbf{1}\right). \quad 5.12$$

რეალურ პირობებში, $\mathbf{m_2}$ მასის ფარდობა $\mathbf{m_1}$ მასასთან (დამჭიმავი დოლის ფარდობა ამძრავ დოლთან) 0.3...0.4- ია და ამის გათვალისწინებით მივიღოთ, რომ $\gamma = \mathbf{1} + \frac{\mathbf{m_2}}{\mathbf{m_1}} = \mathbf{1.3...1.4}$,

მაშინ -

$$\mathbf{z_1} = \alpha\gamma\left(\mathbf{1} - \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{3}}\gamma^{1/2}\right) = \mathbf{0.827}\alpha$$

$$\mathbf{z_2} = \alpha^{3/2}\lambda^{3/4}\left(\frac{\mathbf{2}}{\mathbf{27}}\gamma^{3/2} - \frac{\gamma}{\mathbf{3}} + \mathbf{1}\right) = \mathbf{0.834}\alpha^{3/2} \quad \text{და}$$

$$\mathbf{D} = \mathbf{0.195}\alpha^{3}. \quad 5.13$$

$\mathbf{D}$ დისკრიმინანტის მიხედვით, მახასიათებელ განტოლებას აქვს ერთი ნამდვილი და ორი შეუღლებული კომლექსური ფესვი -

$$\mathbf{P_1} = \mathbf{A} + \mathbf{B} - \frac{\mathbf{a_1}}{\mathbf{3}} \quad \text{და} \quad \mathbf{P_{2,3}} = -\frac{\mathbf{A}+\mathbf{B}}{\mathbf{2}} \pm \sqrt{\mathbf{3}}\,\frac{\mathbf{A}-\mathbf{B}}{\mathbf{2}}\mathbf{i} - \frac{\mathbf{a_1}}{\mathbf{3}}.$$

სადაც - $\mathbf{A} = \sqrt[3]{-\frac{\mathbf{z_2}}{\mathbf{2}} + \sqrt{\mathbf{D}}}$ და $\mathbf{B} = \sqrt[3]{-\frac{\mathbf{z_2}}{\mathbf{2}} - \sqrt{\mathbf{D}}}$. 5.14

5.14 - ის გათვალისწინებით -

$$\mathbf{A} = \sqrt[3]{-\frac{\mathbf{z_2}}{\mathbf{2}} + \sqrt{\mathbf{D}}} = \sqrt[3]{-\frac{\mathbf{0,834}}{\mathbf{2}}\alpha^{3/2} + \sqrt{\mathbf{0,195}\alpha^{3}}} =$$
$$= \mathbf{0.291}\alpha^{1/2};$$

$$\mathbf{B} = \sqrt[3]{-\frac{z_2}{2} - \sqrt{D}} = -\sqrt[3]{\frac{0,834}{2}\alpha^{3/2} + \sqrt{0,195\alpha^3}} = \qquad 5.15$$

$$= -0.951\alpha^{1/2}.$$

მახასიათებელი განტოლების ფესვები იქნება -

$$P_1 = A + B - \frac{a_1}{3} = (0,291 - 0,951 - 0,418)\alpha^{1/2} = -1,078\alpha^{1/2};$$

ანალოგიურად -

$$P_{2,3} = -\frac{A+B}{2} \pm \sqrt{3}\,\frac{A-B}{2}i - \frac{a_1}{3} =$$

$$= \left(-\frac{0.291 - 0.951}{2} \pm \sqrt{3}\,\frac{0.291 + 0.951}{2}i - 0.418\right)\alpha^{1/2} =$$

$$= (-0.088 \pm 1.076i)\alpha^{1/2}; \qquad 5.16$$

და მახასიათებელი განტოლება გადაიწერება -

$$Q(p) = \left(P + 1.078\alpha^{1/2}\right)\left[\left(P + 0.088\alpha^{1/2}\right)^2 + 1,158\alpha\right] =$$

$$= (P + b)\left[(P + a)^2 + \omega_0^2\right]. \qquad 5.17$$

5.7 სისტემიდან განვსაზღვროთ ამძრავი დოლის სიჩარე

$$\bar{V}_x = \frac{\beta V_1}{m_1}\frac{P^2 + \alpha}{PQ(P)} = V_1\alpha^{1/2}\gamma^{3/4}\frac{P^2 + \alpha}{P(P + b)\left[(P + a)^2 + \omega_0^2\right]}. \qquad 5,18$$

ხოლო ორიგინალი იქნება -

$$V_x = V_1\alpha^{1/2}\gamma^{3/4}\left[A_1 e^{at}\sin(\omega_0 t + \varphi_1) + B_1 e^{bt} + K_1\right]. \qquad 5.19$$

სადაც

$$A_1 = \frac{1}{\omega_0}\left\{\frac{\left(a^2-\omega_0^2+\alpha\right)^2+4a^2\omega_0^2}{\left(a^2+\omega_0^2\right)\left[\left(a-b\right)^2+\omega_0^2\right]}\right\}^{1/2};$$

$$B_1 = \frac{b^2+\alpha}{b\left[\left(a-b\right)^2+\omega_0^2\right]}; \qquad K_1 = -\frac{\alpha}{b\left(a^2+\omega_0^2\right)}; \qquad 5.20$$

$$\varphi_1 = \mathrm{arctg}\frac{2a\omega_0}{a^2-\omega_0^2+\alpha} - \mathrm{arctg}\frac{\omega_0}{a-b} - \mathrm{arctg}\frac{\omega_0}{a}.$$

ანლოგიურად განისაზღვრება დამჭიმავი დოლის სიჩქარე. 5.7 სისტემიდან, ოპერაციულ ფორმაში -

$$\bar{V}_y = \frac{2\beta V_1 C}{m_1 m_2}\frac{1}{PQ(P)} =$$

$$= V_1\alpha^{3/2}\gamma^{3/4}\frac{1}{P\left(P+b\right)\left[\left(P+a\right)^2+\omega_0^2\right]} \qquad 5.21$$

ხოლო ორიგინალი იქნება -

$$V_y = V_1\alpha^{3/2}\gamma^{3/4}\left[A_2 e^{at}\sin(\omega_0 t+\varphi_2)+B_2 e^{bt}+K_2\right], \qquad 5.22$$

სადაც

$$A_2 = \frac{1}{\omega_0}\frac{1}{\left(a^2+\omega_0^2\right)^{1/2}\left[\left(a-b\right)^2+\omega_0^2\right]^{1/2}};$$

$$B_2 = \frac{1}{b\left[\left(a-b\right)^2+\omega_0^2\right]}; \qquad K_2 = -\frac{1}{b\left(a^2+\omega_0^2\right)}; \qquad 5.23$$

$$\varphi_2 = -\mathrm{arctg}\frac{\omega_0}{a-b} - \mathrm{arctg}\frac{\omega_0}{a}.$$

6. დეფორმაციის ძალის გაანგარიშება ბაგირში ამწევი მექანიზმების ამუშავების დროს

ზოგადად, დრეკად ელემენტებიან სისტემებში, არათანაბარი მუშაობის (გარდამავალი პერიოდების) დროს, სისტემის გადატვირთვის შესაფასებლად შემოღებულია ე.წ. დინამიკურობის კოეფიციენტი K_d, რომელიც განისაზღვრება, როგორც დინამიკური რეჟიმის მაქსიმალური დაჭიმულობის ფარდობა სტატიკური დაჭიმულობის საშუალო სიდიდესთან - $K_d = \frac{F_{max}}{F_{12.0}}$.

დრეკადობის $F_{12} = c(x - y)$ ძალის გამოთვლისათვის, ვისარგებლოთ

$$\begin{cases} m_1\ddot{x} = F - c(x - y); \\ m_2\ddot{y} = c(x - y) - m_2 g. \end{cases} \qquad 6.1$$

განტოლებათა სისტემით (ზედმეტი მათემატიკური გარდაქმნების თავიდან აცილების მიზნით ბაგირის მასას მხედველობაში არ ვიღებთ, მით უმეტეს, რომ ასეთი გამარტივება რეალურ სურათს დიდად არ შეცვლის). გავამრავლოთ სისტემის პირველი განტოლება m_2-ზე, მეორე m_1-ზე და პირველს გამოვაკლოთ მეორე. მივიღებთ დრეკადობის ძალის ამსახველ დიფერენციალურ განტოლებას

$$\frac{1}{\omega^2}\ddot{F}_{12} + F_{12} = f\,, \qquad 6.2$$

სადაც –

$$f=\frac{Fm_2+m_1m_2g}{m_1+m_2}=\frac{Fm_2+m_1m_2g+m_2^2g-m_2^2g}{m_1+m_2}=$$

$$=m_2\frac{F-m_2g}{m_1+m_2}+m_2g=m_2(a_0+g),$$

იმის გათვალისწინებით, რომ

$$\frac{F-m_2g}{m_1+m_2}=a_0\,.$$

6.2 დიფერენციალური განტოლების ამოხსნით მიიღება

$$F_{12}=\sqrt{(f-m_2g)^2+\left(\frac{c\Delta V}{\omega}\right)^2}\sin(\omega t+\varphi)+f\,, \qquad 6.3$$

სადაც -

$$\varphi=\mathrm{arctg}\frac{c\Delta V}{\omega(f-m_2g)}-\frac{\pi}{2}\,,$$

ხოლო ΔV - სიჩქარეთა სხვაობაა ამუშავების დასაწყისში. იგი გამოწვეულია ბაგირის "მოშვებით". ამუშავების დასაწყისში, ბაგირის მოშვების ხარჯზე, ჯერ აჩქარდება მხოლოდ m_1 მასა და ბაგირის მასის ნახევარი (ბაგირის მასა რომ გაგვეთვალისწინებინა).

დრეკადობის ძალის მაქსიმალური სიდიდე მიიღება $\omega t+\varphi=\pi/2$ მნიშვნელობისათვის და შეადგენს –

$$F_{12.max}=\sqrt{(f-m_2g)^2+\left(\frac{c\Delta V}{\omega}\right)^2}+f\,; \qquad 6.4$$

ასეთ შემთხვევაში დინამიკურობის კოეფიციენტი

$$K_d = \frac{F_{12.max}}{F_{12.0}} = \frac{F_{12.max}}{f},$$

იქნება -

$$K_d = 1 + \frac{\sqrt{(f - m_2 g)^2 + \left(c\Delta V / \omega\right)^2}}{f} \quad . \qquad 6.5$$

თუკი სისტემა თავიდანვე მოჭიმული იქნებოდა,

($\Delta V = 0$) –

$$K_d = 1 + \frac{f - m_2 g}{f} = 2 - \frac{m_2 g}{m_2 (a_0 + g)} = 2 - \frac{g}{a_0 + g} . \qquad 6.6$$

ზემოთ მოყვანილი ანალიზიდან სჩანს, თუ რა დიდი მნიშ-ვნელობა აქვს იმას, რომ ბაგირი თავიდანვე იყოს მოჭიმული.

7. დინამიკური რეჟიმების ოპტიმიზაცია

ზოგადად, დინამიკური რეჟიმის ოპტიმიზაციის ცნებაში იგულისხმება სისტემის შიგა მექანიკური რხევების ჩაქრობა გარდამავალი პერიოდის დროს. ჩვეულებრივ, მრავალმასიან სისტემაში, რომელსაც თავისუფლების მრავალი ხარისხი გააჩნია, ოპტიმიზაცია ხორციელდება ძირითადი (დაბალი) სიხშირის მიმართ. განვიხილოთ მმართველი ზემოქმედების ოპტიმიზაციის საკითხი ერთბოლოიანი ამწევის ამუშავების მაგალითზე.

2.9 სისტემაში პირველი განტოლების ყველა წევრი გავამრავლოთ $\mathbf{a}_{22}$-ზე, ხოლო მეორესი $\mathbf{a}_{12}$-ზე. შემდეგ პირველს გამოვაკლოთ მეორე, მიღებული განტოლებიდან განვსაზღვროთ $\mathbf{y}$ და გვაწარმოოთ ორჯერ, $\mathbf{y}$-სა და მისი ორჯერ წარმოებულის მნიშვნელობა შევიტანოთ სისტემის მეორე განტოლებაში და გვექნება (გავითვლისწინოთ, რომ $\frac{d^4x}{dt^4} = \frac{d^2a_x}{dt^2}$) -

$$\frac{1}{\omega^2}\frac{d^2a_x}{dt^2} + a_x = a_0, \qquad 7.1$$

ანლოგიური გარდაქმნებით

$$\frac{1}{\omega^2}\frac{d^2a_y}{dt^2} + a_y = a_0. \qquad 7.2$$

აქ ω^2 და $\mathbf{a}_0$ იგივე სიდიდეებია, რაც წინა პარაგრაფებში.

ამძრავის მიერ განვითარებული დინამიკური ძალა

$F_d = F_0 - Q$ შევცვალოთ t_0 დროში იმ F_0 მნიშვნელობამდე, რომელიც საჭიროა საანგარიშო a_0 აჩქარების მისაღებად

$$F_d = F_0 \frac{t}{t_0} = \varepsilon_0 t \,. \qquad 7.3$$

ამ უკანასკნელის გათვალისწინებით, ამწევი ჭურჭლის აჩქარება იქნება

$$\frac{1}{\omega^2}\frac{d^2 a_y}{dt^2} + a_y = \rho t \,, \qquad 7.4$$

სადაც $\rho = \dfrac{\varepsilon_0}{\sum m}$, მ/წმ^3 ე.წ. ბიძგი ანუ აჩქარების წარმოებულია.

ნულოვანი საწყისი პირობებისათვის ამ განტოლების ამოხსნა გვაძლევს

$$a_y = \rho\left[t - \frac{1}{\omega}\sin(\omega t)\right]. \qquad 7.5$$

ვთქვათ, ამწევი ჭურჭლის აჩქარება t_1 დროის მნიშვნელობისათვის გამოისახება

$$a_{y1} = \rho\left[t_1 - \frac{1}{\omega}\sin(\omega t_1)\right] \qquad 7.6$$

სიდიდით, ხოლო t_2 მნიშვნელობისათვის $(t_2 = t_1 + t_0)$ -

$$a_{y2} = \rho\left[t_2 - \frac{1}{\omega}\sin(\omega t_2)\right]. \qquad 7.7$$

განვსაზღვროთ $a_{y2} - a_{y1} = \Delta a_y$ სხვაობა

$$\Delta a_y = \rho\left\{\left(t_2 - t_1\right) - \frac{1}{\omega}\left[\sin(\omega t_2) - \sin(\omega t_1)\right]\right\}, \qquad 7.8$$

ანუ

$$\begin{aligned}\Delta a_y &= \rho\left(t_0 - \frac{2}{\omega}\sin\omega\frac{t_2 - t_1}{2}\cos\omega\frac{t_2 + t_1}{2}\right) = \\ &= \rho\left(t_0 - \frac{2}{\omega}\sin\omega\frac{t_0}{2}\cos\omega\frac{t_2 + t_1}{2}\right).\end{aligned} \qquad 7.9$$

თუკი დინამიკური ძალის ცვლილების დროის მნიშვნელობად ავიღებთ $t_0 = \frac{2\pi}{\omega} = T$ სიდიდეს, საბოლოოდ გვექნება

$$\Delta a_y = \rho t_0 . \qquad 7.10$$

ამრიგად, დინამიკური ძალის ცვალებადობის დროის მნიშვნელობად თუკი აიღება დრეკადი სისტემის საკუთარი რხევის სიხშირის პერიოდი, რხევით პროცესს გარდამავალ პროცესში ადგილი არ ექნება (სისტემა დინამიკურად ოპტიმალურია). მექანიკური რხევების დიდი სიხშირეების (მცირე პერიოდების) დროს, შესაძლებელია t_0 ავიღოთ მთელ რიცხვჯერ მეტი სისტემის საკუთარი რხევის სიხშირის პერიოდზე -

$$t_0 = \frac{2\pi}{\omega}K, \ (K = 1, 2, ...) . \qquad 7.11$$

სისტემაში რხევის ჩაქრობა შესაძლებელია სხვა გზითაც. მართალია, ამ შემთხვევაში რხევის მთლიანად ჩაქრობა არ ხდება, მაგრამ წინა მეთოდთან შედარებით ადვილი განსახორციელებელია. კერძოდ, უნდა ვისარგებლოთ ძრავას ბუნებრივი თვისებით, რომ-

ლის მეშვეობითაც იგი მექანიკურ რხევებზე ახდენს მადემპფირე-ბელ გავლენას. როდესაც ძრავა მექანიკური მახასიათებლის სწორ-ხაზოვან უბანზე მუშაობს, მაშინ ძალა სიჩქარის პროპორციულია და იცვლება კანონით

$$\mathbf{F} = \beta(\mathbf{V_0} - \mathbf{V}), \tag{7.12}$$

სადაც β ძრავას მექანიკური მახასიათებლის სიხისტის კოეფიცი-ენტია, ხოლო $\mathbf{V_0}$ – სინქრონული ბრუნვათა რიცხვის შესაბამისი სიჩქარე.

დადგენილია, რომ, როდესაც $\beta = 0$ ან $\beta = \infty$, მაშინ ძრავა მადემპირებელ თვისებებს ვერ ამჟღავნებს, მაგრამ ამ შუალედში შეიძლება მოიძებნოს β-ს ისეთი ოპტიმალური მნიშვნელობა, რო-მლის დროსაც რხევების ჩაქრობა იქნება მაქსიმალური.

არსებობს β-ს განსაზღვრის გრაფიკული ხერხი {1}. გარ-და იმისა, რომ ეს მეთოდი არაზუსტია, ხშირად შერჩეული სიხ-ისტის მახასიათებელი ამუშავების დროს იწვევს დაუშვებელ, ჭარბ აჩქარებას (მაგალითად, ბაგირგზებში, საჩამომსხმელო ამწეებისათ-ვის და სხვ.). ჩვენს მიერ შემოთავაზებულია β-ს განსაზღვრის ანალიზური მეთოდი, სადაც მამოძრავებელი ძალა იცვლება შემ-დეგი კანონით:

$$\mathbf{F} = \beta(\varepsilon \mathbf{t} - \mathbf{V}), \tag{7.13}$$

აქ ε პროპორციულობის კოეფიციენტია. ამასთან დაცული უნდა იქნეს პირობა – $\varepsilon \mathbf{t} \le \mathbf{V_0}$.

ამწევის ამუშავების ამსახველი განტოლებათა სისტემა, (თუკი მხედველობაში არ მივიღებთ ბაგირის მასას), დაიწერება

$$\begin{cases} m_1\ddot{x} = \beta(\varepsilon t - \dot{x}) - c(x - y), \\ m_2\ddot{y} = c(x - y). \end{cases} \qquad 7.14$$

ამ განტოლებათა სისტემის ამონახსნი ოპერაციულ ფორმაში იქნება

$$\begin{cases} \overline{x} = a_1\varepsilon \dfrac{P^2 + \alpha}{P^3 Q(P)}, \\ \overline{y} = a_1\alpha\varepsilon \dfrac{1}{P^3 Q(P)}. \end{cases} \qquad 7.15$$

აქ $Q(p)$ მახასიათებელი განტოლებაა,

$$Q(p) = P^3 + a_1P^2 + a_2P + a_3\,, \qquad 7.16$$

სადაც -

$$a_1 = \frac{\beta}{m_1};\ \ a_2 = \gamma\alpha;\ \ a_3 = a_1\alpha;\ \ \alpha = \frac{c}{m_2};\ \ \gamma = \frac{m_1 + m_2}{m_1}.$$

m_2 მასის აჩქარება ოპერაციულ ფორმაში იქნება

$$P^2\overline{y} = a_3\varepsilon \frac{1}{PQ(p)}. \qquad 7.17$$

თუ მახასიათებელ განტოლებაში დავუშვებთ $P = 0$, მაშინ გარდამავალი პროცესის დასასრულს, m_2 მასის აჩქარების დამყარებული მნიშვნელობა

$$\ddot{y} = a_3\varepsilon \frac{1}{a_3} = \varepsilon. \qquad 7.18$$

მაშასადამე, თუ მექანიზმისთვის შეზღუდულია აჩქარება, მაშინ ε დასაშვები აჩქარების ტოლი უნდა იყოს.

როგორც უკანასკნელი ფორმულიდან ჩანს, სისტემის პარამეტრები გავლენას არ ახდენენ აჩქარების დამყარებულ მნიშვნელობაზე, მაგრამ ისინი იმოქმედებენ გარდამავალი პროცესის ხასიათზე.

$\mathbf{m_2}$ მასის აჩქარება ზოგადი სახით მიიღება 7.17 - ის ამოხსნით,

$$\ddot{\mathbf{y}} = \mathbf{a}_3\varepsilon\left[\mathbf{A}_2\mathbf{e}^{\mathbf{at}}\,\mathbf{sin}(\omega\mathbf{t}+\varphi)+\mathbf{B}_2\mathbf{e}^{\mathbf{bt}}+\mathbf{K}_2\right], \quad 7.19$$

სადაც, $\mathbf{A}_2, \mathbf{B}_2$ და $\mathbf{K}_2$ განტოლების კოეფიციენტებია; $\mathbf{b}$ - მახასიათებელი განტოლების ნამდვილი ფესვია, ხოლო $\mathbf{a}$ და ω – შესაბამისად, ამავე განტოლების კომპლექსური ფესვის ნამდვილი და წარმოსახვითი ნაწილები.

ამის შემდეგ $\mathbf{Q(p)}$ შეიძლება ასე წარმოვიდგინოთ

$$\mathbf{Q(P)} = \mathbf{(P-b)[(P-a)^2}+\omega^2\mathbf{]}\ . \qquad 7.20$$

იმისათვის, რომ გარდამავალი პროცესი გავხადოთ მონოტონური, გამოვიკვლიოთ მახასიათებელი განტოლება.

ვიშნეგრადსკის მიხედვით

$$\mathbf{Z^3+XZ^2+YZ+1=0}\,, \qquad 7.21$$

სადაც

$$\mathbf{Z}=\frac{\mathbf{P}}{\sqrt[3]{\mathbf{a}_3}};\ \mathbf{X}=\frac{\mathbf{a}_1}{\sqrt[3]{\mathbf{a}_3}};\quad \mathbf{Y}=\frac{\mathbf{a}_2}{\sqrt[3]{\mathbf{a}_3^2}}\,. \qquad 7.22$$

როგორც ცნობილია, პროცესი მდგრადია, თუ $XY \succ 1$. ამ მაგალითში

$$XY = \frac{a_1 a_2}{a_3} = \frac{a_1 \alpha\gamma}{\alpha a_1} = \gamma \succ 1, \qquad 7.23$$

მაშასადამე, ჩვენი შემთხვევისათვის, პროცესი ყოველთვის მდგრადი იქნება.

ვიშნეგრადსკის განტოლების დისკრიმინანტი არის

$$108D = 4(X^3 + Y^3) - X^2Y^2 - 18XY + 27. \qquad 7.24$$

რხევების ჩაქრობა მით უფრო სწრაფად მოხდება, რაც უფრო დიდია რხევის ჩაქრობის ლოგარითმული დეკრემენტი $\lambda = \frac{2\pi}{\omega}$. ანუ, რაც უფრო მცირე სიდიდისაა მახასიათებელი განტოლების დისკრიმინანტი. მოვძებნოთ მისი მინიმუმი X-სა და Y-ის მიხედვით -

$$\begin{cases} \dfrac{\partial D}{\partial X} = 12X^2 - 2XY^2 - 18Y = 0, \\ \dfrac{\partial D}{\partial Y} = 12Y^2 - 2X^2Y - 18X = 0. \end{cases} \qquad 7.25$$

დისკრიმინანტი მინიმუმია, როდესაც $X = Y$ და ნულის ტოლი ხდება, როცა $X = Y = 3$. ამ შემთხვევაში ყველა ფესვი ნამდვილია, პროცესი კი – აპერიოდული.

მაგრამ, მეორეს მხრივ, თუ $X = Y = 3$, გამოდის, რომ $X^2 = 9 = \gamma = 1 + \frac{m_2}{m_1}$. რეალური დანადგარებისათვის (სამთო მან-

ქანებისათვის) მასებს შორის ასეთი თანაფარდობა (1:8) არარეალურია. პრაქტიკულად, ყოველთვის, $\gamma \prec 9$. ამიტომ პროცესს მილევადი, რხევითი ხასიათი ექნება.

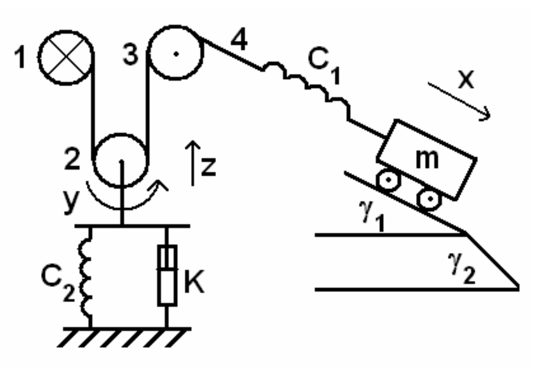
იმისათვის, რომ მივიღოთ ამ თვალსაზრისით ტექნიკურად ოპტიმალური პროცესი, უნდა დავიცვათ პირობა $X = Y$ და აქედან გამომდინარე, განვსაზღვროთ β-ს მნიშვნელობა

$$\beta^4 = m_1^4 \cdot \alpha^2 \cdot \gamma^3 . \qquad 7.26$$

β-ს ასეთი მნიშვნელობის დროს ჩაქრობის ლოგარითმული დეკრემენტის λ-ს მნიშვნელობა მაქსიმალურია.

სამთო გამუნამუშევრებში არის შემთხვევები, როდესაც საშახტო ჯალამბარს უხდება მუშაობა ცვალებად დახრის კუთხიან ტრასაზე (იხ. ნახ. 7.1).

მუშაობის ასეთი რეჟიმი მნიშვნელოვნად განსხვავდება ჩვეულებრივისაგან, ანუ ისეთისაგან, როცა დახრის კუთხე მთელ ტრასაზე მუდმივია.



ნახ. 7.1

γ_1 დახრის კუთხის მქონე ტრასაზე მოძრაობისას ჯალამბრის ამძრვი 1 მუშაობს რეკუპერაციულ რეჟიმში და $\mathbf{m}$ მასიანი ვაგონი $\mathbf{c}_1$ სიხისტის მქონე საწევ ბაგირს ჭიმავს ძალით- $\mathbf{mg\,sin}\gamma_1$. γ_2 დახრის კუთხეზე გადასვლისას, $\gamma_2 \succ \gamma_1$, ბაგირი დაიჭიმება $\mathbf{mg\,sin}\gamma_2$ ძალით და წაგრძელდება $\Delta\mathbf{x}$ სიდიდით –

$$\Delta\mathbf{x} = \frac{\mathbf{Q}}{\mathbf{c}_1} = \frac{\mathbf{mg(sin}\gamma_2 - \mathbf{sin}\gamma_1)}{\mathbf{c}_1}. \qquad 7.27$$

რადგანაც ამძრავი ძრავა დიდი სიხისტის მქონე ბუნებრივ მექანიკურ მახასიათებელზე მუშაობს, იგი დაამუხრუჭებს ჩამავალ ტვირთს და ბაგირის დრეკადობის ხარჯზე სისტემაში აღიძვრება იძულებითი რხევები, რაც უარყოფითად მოქმედებს მუშაობის რეჟიმზე.

ბაგირაში რხევის ჩაქრობისათვის საწევი ბაგირი შემოვავლოთ მიმმართველ შკივს 2 და ეს უკანასკნელი უძრავ ზედაპირთან დავამაგროთ $\mathbf{c}_2$ სიხისტის მქონე ზამბარითა და $\mathbf{k}$ დემპფირების მქონე ამორტიზატორით. აღვწეროთ ეს პროცესი მათემატიკურად.

ანგარიშის გამარტივების მიზნით დავუშვათ, რომ ამძრავის ძრავას მექანიკური მახასიათებელი აბსოლუტურად ხისტია. მიმმართველი შკივების 2, 3 და ბაგირის 4 მასები უგულებელვყოთ ჯალამბრის მოძრაობის სიჩქარე მივიღოდ ნულის ტოლად. ასეთი დაშვებები, ჩვენი აზრით, დიდად არ იმოქმედებს აღწერილი პრო-

ცესის საბოლოო შედეგის წარმოდგენაზე. ვაგონის გადაადგილება ტრასაზე ავღნიშნოთ x -ით, მიმმართველ შკივზე (2) ბაგირის გადაადგილება y -ით, ხოლო ამ შკივის ცენტრის გადაადგილება z - ით. ასეთი შემთხვევისათვის მოძრაობის აღმწერ დიფერენციალურ განტოლებათა სისტემას ექნება სახე –

$$\begin{cases} m\ddot{x} = Q - c_1(x - y); \\ 2c_1(x - y) = c_2 z + k\dot{z}; \\ y = 2z. \end{cases} \qquad 7.28$$

სისტემის ამონახსნი ოპერაციულ ფორმაში ჩაიწერება –

$$\bar{x} = \frac{1}{mP\Delta}\left(P + \frac{4c_1 + c_2}{k}\right) \cdot Q, \quad \bar{z} = \frac{2c_1}{kmP\Delta} Q. \qquad 7.29$$

Δ არის მახასიათებელი განტოლება და გამოისახება

$$\Delta = P^3 + a_1 P^2 + a_2 P + a_3 , \qquad 7.30$$

სადაც

$$a_1 = \frac{4c_1 + c_2}{k}; \;\; a_2 = \frac{c_1}{m}; \;\; a_3 = \frac{c_1 c_2}{km}. \qquad 7.31$$

სისტემაში აღძრული იძულებითი რხევების თავიდან ასაცილებლად მახასიათებელ განტოლებაში შევარჩიოთ კოეფიციენტები ისე, რომ გარდამავალ პროცესს ჰქონდეს აპერიოდული ხასიათი. ტექნიკური ოპტიმუმის პირობიდან გამომდინარე, სასურველია მახასიათებელ განტოლებას ჰქონდეს ჯერადი ფესვები. ამისათვის საკმარისია დაცული იქნას პირობა: $a_1^2 = 3a_2$ და $a_1^3 = 27a_3$. ამ უკანასკნელთა გათვალისწინებით მიიღება:

$$c_2 = \frac{1}{2}c_1 \text{ და } k = \frac{2}{3}\sqrt{3mc_1}\,; \qquad 7.32$$

მაშინ - $$a_1 = 3\sqrt{\frac{c_1}{m}};\;\; a_2 = \frac{c_1}{m};\;\; a_3 = \sqrt{\frac{c_1^3}{27m^3}}. \qquad 7.33$$

ავღნიშნოთ - $\alpha = \sqrt{\frac{c_1}{3m}}$ და გვექნება

$$\Delta = P^3 + 3\alpha P^2 + 3\alpha^2 P + \alpha^3 = (P+\alpha)^3\,. \qquad 7.34$$

ასეთ შემთხვევაში, ვაგონისა და მიმმართველი შკივის გადაადგილებები ოპერაციულ ფორმაში ასე გამოისახება

$$\bar{x} = \frac{Q}{m}\cdot\frac{P+3\alpha}{P(P+\alpha)^3};\quad \bar{z} = \frac{4Q\alpha}{3m}\cdot\frac{1}{P(P+\alpha)^3}, \qquad 7.35$$

ხოლო ორიგინალში იქნება -

$$x = \frac{Q}{m}\left[\frac{3}{\alpha^2} - \left(\frac{3}{\alpha^2} + \frac{3}{\alpha}t + t^2\right)e^{-\alpha t}\right], \qquad 7.36$$

$$z = \frac{4Q}{3m}\left[\frac{1}{\alpha^2} - \left(\frac{1}{\alpha^2} + \frac{1}{\alpha}t + \frac{1}{2}t^2\right)e^{-\alpha t}\right]. \qquad 7.37$$

შესაბამისად, სიჩქარეები -

$$\dot{x} = \frac{Q}{m}(1+\alpha t)te^{-\alpha t},\quad \dot{z} = \frac{2Q}{3m}\alpha t^2 e^{-\alpha t}. \qquad 7.38$$

ხოლო აჩქარებები -

$$\ddot{x} = \frac{Q}{m}\left(1+\alpha t - \alpha^2 t^2\right)e^{-\alpha t},\;\; \ddot{z} = \frac{2Q}{3m}(2-\alpha t)te^{-\alpha t}. \qquad 7.39$$

გარდამავალი პროცესის დასასრულს, $t \approx \frac{4}{\alpha}$ წამის

შემდეგ, ვაგონი და მიმმართველი შკივი გადაადგილდებიან -

$$x \approx \frac{3Q}{m} \cdot \frac{1}{\alpha^2} = \frac{9Q}{c_1} \qquad \text{და}$$

$$z \approx \frac{4Q}{3m} \cdot \frac{1}{\alpha^2} = \frac{4Q}{c_1}, \qquad 7.40$$

სიდიდეებით, ხოლო $t = \dfrac{1+\sqrt{5}}{2\alpha}$ წამის შემდეგ ვაგონის სიჩქარე გაიზრდება $\dot{x}_{max} \approx 0.84\dfrac{Q}{\alpha m}$ სიდიდემდე, შემდეგ კი შემცირდება თავის საწყის მნიშვნელობამდე. ვაგონის აჩქარების მაქსიმალური მნიშვნელობა მიიღება $t_1 = 0$, ხოლო შენელების - $t_2 = \dfrac{3}{\alpha}$ დროის გავლის შემდეგ და შესაბამისად იქნებიან –

$$\ddot{x}_{max.1} = \frac{Q}{m} \quad \text{და} \quad \ddot{x}_{max.2} = -5\frac{Q}{m}e^{-3} \approx -0.25\frac{Q}{m}.$$

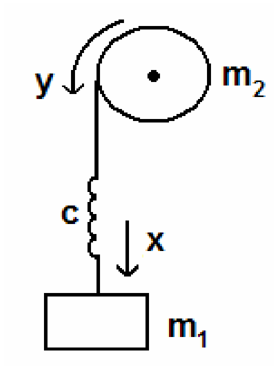
როგორც ვხედავთ, ვაგონის აჩქარების მაქსიმალური მნიშვნელობა ოთხჯერ მეტია მისი შენელების სიდიდეზე.

ამრიგად, მიმმართველი შკივისა და მასთან ერთად ზამბარისა და ამორტიზატორის დაყენებით, ზამბარის სიხისტისა და ამორტიზატორის კოეფიციენტების ოპტიმალური მნიშვნელობების შერჩევით, სისტემაში საერთოდ არ აღიძვრება იძულებითი რხევები და პროცესს ექნება აპერიოდული ხასიათი.

ამ ბოლო დროს მიღწეულმა არნახულმა წარმატებებმა ძრავების მართვის თვალსაზრისით, შესაძლებელი გახადა თვით ძრა-

ვას საშუალებით განვახორციელოთ სისტემის დინამიკური პროცე-სების ოპტიმიზაცია [5] .

განვიხილოთ რამდენადაა შესაძლებელი, ძრავას საშუალებით გადავწყვიტოთ ზემოთ განხილული ამოცანა. მაგალითის ანალიზის გამარტივების მიზნით ავირჩიოთ ყველაზე მარტივი მანქანა, კერ-ძოდ, I თავში განხილული ამწევი მექანიზმი -



ნახ. 7.2

იმისათვის, რომ ამწევი მექანიზმის მუშაობის რეჟიმი მსგა-ვსი იყოს ზემოთ განხილულისა, კერძოდ, საშახტო ჯალამბრის მუშაობისა ცვალებად დახრის კუთხიან ტრასაზე, განვიხილოთ ასეთი შემთხვევა. ბაგირი თავიან არ იყო მოჭიმული და მოძრაო-ბის დასაწყისში, m_1 მასას g აჩქარების სიდიდე გააჩნია. ვის-არგებლოთ 1.23 განტოლებათა სისტემით, იმ განსხვავებით, რომ m_2 მასაზე ძრავა ანვითარებს გარკვეულ ძალას -

$$\begin{cases} m_1 \dfrac{d^2x}{dt^2} = m_1 g - c(x-y), \\ m_2 \dfrac{d^2y}{dt^2} = c(x-y) + F_0. \end{cases} \qquad 7.41$$

შევკრიბოთ 7.41 სისტემაში შემავალი განტოლებები და გამოვთვალოთ $\dfrac{d^2y}{dt^2}$. ამის შედეგად მიიღება -

$$\frac{d^2y}{dt^2} = \frac{m_1 g + F_0}{m_2} - \frac{m_1}{m_2}\frac{d^2x}{dt^2}. \qquad 7.42$$

7.41 სისტემის პირველი განტოლებიდან განვსაზღვროთ y და გავაწარმოოთ ორჯერ

$$\frac{d^2y}{dt^2} = \frac{m_1}{c}\frac{d^4x}{dt^4} + \frac{d^2x}{dt^2}, \qquad 7.43$$

ამ ორი უკანასკნელი გამოსახულების გატოლებით იქნება -

$$\frac{1}{\omega^2}\frac{d^4x}{dt^4} + \frac{d^2x}{dt^2} = a_0. \qquad 7.44$$

ანალოგიურად მიიღება m_2 მასისთვისაც -

$$\frac{1}{\omega^2}\frac{d^4y}{dt^4} + \frac{d^2y}{dt^2} = a_0, \qquad 7.45$$

თუ გავითვალისწინებთ, რომ $a_x = \dfrac{d^2x}{dt^2}$ და $a_y = \dfrac{d^2y}{dt^2}$

გვექნება -

$$\begin{cases} \frac{1}{\omega^2}\frac{d^2a_x}{dt^2} + a_x = a_0; \\ \frac{1}{\omega^2}\frac{d^2a_y}{dt^2} + a_y = a_0. \end{cases} \qquad 7.46$$

სადაც, როგორც ზემოთ იყო აღნიშნული, სისტემის რხევის კუთხური სიხშირე და საშუალო აჩქარების სიდიდეებია

$$\omega^2 = \frac{c(m_1 + m_2)}{m_1 m_2} \quad \text{და} \quad a_0 = \frac{m_1 g + F_0}{m_1 + m_2}$$

გამოსახულებები. გარდამავალი რეჟიმის დასაწყისში, ძრავას გან-ვავითარებინოთ ძალა -

$$F_0 = m_2 g - (m_1 + m_2) g \frac{t}{T_0}, \qquad 7.47$$

სადაც $T_0 = \frac{2\pi}{\omega}$ სისტემის რხევის პერიოდია.

ასეთ შემთხვევაში საშუალო აჩქარების სიდიდე მიიღებს სახეს -

$$a_0 = \frac{m_1 g + F_0}{m_1 + m_2} = \frac{m_1 g + m_2 g - (m_1 + m_2)\frac{gt}{T_0}}{m_1 + m_2} = g\left(1 - \frac{t}{T_0}\right) \quad 7.48$$

ხოლო 7.46 განტოლებათა სისტემა დაიწერება -

$$\begin{cases} \frac{1}{\omega^2}\frac{d^2a_x}{dt^2} + a_x = g\left(1 - \frac{t}{T_0}\right); \\ \frac{1}{\omega^2}\frac{d^2a_y}{dt^2} + a_y = g\left(1 - \frac{t}{T_0}\right). \end{cases} \qquad 7.49$$

როგორც 7.48 სისტემიდან ჩანს, მოძრაობის დასაწყისში, როცა $\mathbf{t = 0}$, ორივე მასის საწყისი აჩქარებები ტოლია $\mathbf{a_x(0) = a_y(0) = g}$ სიდიდისა.

ჩავწეროთ 7.48 განტოლება ოპერაციულ ფორმაში

$$\begin{cases} \dfrac{1}{\omega^2}\left(P^2\bar{a}_x - Pg\right) + \bar{a}_x = g\left(\dfrac{P - 1/T_0}{P^2}\right); \\ \dfrac{1}{\omega^2}\left(P^2\bar{a}_y - Pg\right) + \bar{a}_y = g\left(\dfrac{P - 1/T_0}{P^2}\right). \end{cases} \qquad 7.50$$

რადგანაც ორივე განტოლება მსგავსია და ერთნაირი საწყისი პირობები გააჩნიათ, ამიტომ მათი ამონახსნებიც ერთნაირი იქნება -

$$\begin{aligned} a_x = a_y = g - \frac{g}{T_0}\left[t - \frac{1}{\omega}\sin(\omega t)\right] = \\ = g\left\{1 - \left[\frac{t}{T_0} - \frac{1}{2\pi}\sin(\omega t)\right]\right\}. \end{aligned} \qquad 7.51$$

$\mathbf{t = T_0}$ დროის გავლის შემდეგ აჩქარების სიდიდეები ნულის ტოლი გახდება. ასევე ნულის ტოლია საშუალო აჩქარების სიდიდე და 7.48 განტოლებათა სისტემა მიიღებს სახეს -

$$\begin{cases} \dfrac{1}{\omega^2}\dfrac{d^2a_x}{dt^2} + a_x = 0; \\ \dfrac{1}{\omega^2}\dfrac{d^2a_y}{dt^2} + a_y = 0. \end{cases} \qquad 7.52$$

ამ განტოლებათა სისტემის ამონახსნი ნულოვანი საწყისი პირობებისათვის, რასაკვირველია ნული იქნება. ე. ი. ორივე მასა მოძრაობენ თანაბარი სიჩქარით რხევის გარეშე. ძრავას ოპტიმალური მართვის საშუალებით სისტემაც გახდა დინამიკურად ოპტიმალური.

გამოვთვალოთ ის სიჩქარე, რომელსაც მიაღწევს ორივე მასა გარდამავალი პერიოდის დასასრულს.

$$V_x = V_y = \int_0^{T_0} a_x dt = g\int_0^{T_0} \left\{1-\left[\frac{t}{T_0}-\frac{1}{2\pi}\sin(\omega t)\right]\right\}dt \quad . \qquad 7.53$$

საიდანაც -

$$V_x = V_y = \frac{1}{2}gT_0 + \frac{g}{2\pi\omega}\left[1-\cos(\omega T_0)\right]. \qquad 7.54$$

თუ გავითვალისწინებთ, რომ $\omega T_0 = 2\pi$, საბოლოოდ გვექნება

$$V_x = V_y = \frac{1}{2}gT_0 = \frac{1}{2}g\frac{2\pi}{\omega} = \frac{\pi g}{\omega}. \qquad 7.55$$

ე. ი. სიჩქარე ნულოვანი მნიშვნელობიდან გაიზარდა ამ საკმაოდ დიდ მნიშვნელობამდე, მაგრამ უნდა გავითვალისწინოთ, რომ ჩვენ მაგალითში, აჩქარების საწყის მნიშვნელობად ავიღეთ თავისუფლად ვარდნილი სხეულის აჩქარება, რეალურ პირობებში კი აჩქარება ბევრად ნაკლებია 9.81 მ/წმ^2 - ზე.

ლ ი ტ ე რ ა ტ უ რ ა

1. Ключев В.И. Теория электропивода: Учебник для вузов.- М.: Энергоатомиздат, 1985.- 560 с.

2. Дукелский А.И. Подвесные канатные дороги и кабельные краны. изд. 4-е. Ленинград: Издотельство "МАШИНОСТРОЕНИЕ". 1966 г.

3. Чермалых В.М. Исследование сложных электромеханических систем. Киев, КПИ, 1979 г.

4. Г. Корн, Т. Корн, Справочник по математике для научных работников и инженеров. М.: Наука, 1970 г., 720 стр.

5. მ. წერეთელი, ნ. მახარაშვილი, ფ. ჯანელიძე, ბაგირგზის გამწევი ბაგირის რხევის ჩაქრობის ხერხი. პატენტი № P 2320, 03.10.1998

6. მ. წერეთელი, სამთო მანქანების ელექტრული ამძრავი. (ლექციების კონსპექტი), თბილისი, სტუ, 1998 წ.

სარჩევი